

Examen VWO 2012

tijdvak 2
woensdag 20 juni
13.30 - 16.30 uur

wiskunde C (pilot)

Bij dit examen hoort een uitwerkbijlage.

Dit examen bestaat uit 21 vragen.

Voor dit examen zijn maximaal 78 punten te behalen.

Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Woordenschat

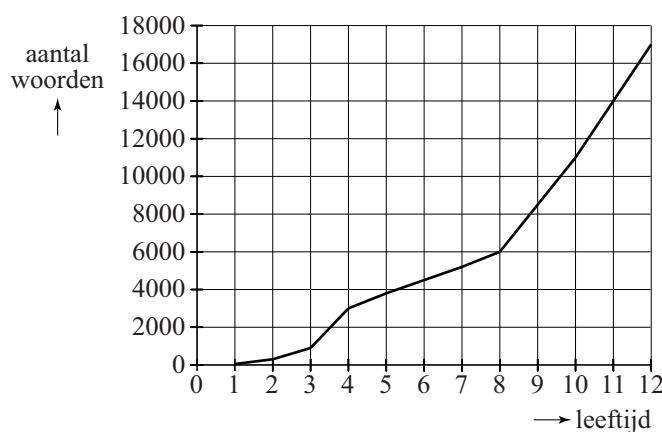
De woorden die je begrijpt of kunt gebruiken, vormen samen je woordenschat. Hoe groter je woordenschat is, des te beter kun je teksten lezen, teksten begrijpen en je mondeling en schriftelijk in een taal uitdrukken. In deze opgave beperken we ons tot mensen die opgroeien met de Nederlandse taal als moedertaal.

De woordenschat van een kind groeit bijna onmerkbaar door luisteren, spreken en lezen. In Nederland heeft een kind als het de leeftijd van 4 jaar bereikt een woordenschat van gemiddeld 3000 woorden. Tot de 12e verjaardag groeit dit tot gemiddeld 17 000 woorden.

In onderstaande figuur is dit grafisch weergegeven. De figuur staat ook vergroot op de uitwerkbijlage.

figuur

gemiddelde woordenschat van Nederlandstalige kinderen in Nederland



Uit de figuur blijkt dat de gemiddelde woordenschat van de 8e tot de 12e verjaardag sneller groeit dan van de 4e tot de 8e verjaardag.

- 4p 1 Bereken met hoeveel woorden per jaar de gemiddelde woordenschat van een kind meer groeit van de 8e tot de 12e verjaardag dan van de 4e tot de 8e verjaardag. Je kunt hierbij gebruik maken van de figuur op de uitwerkbijlage.

We gaan uit van een woordenschat van gemiddeld 17 000 op de 12e verjaardag. Na de 12e verjaardag gaat de woordenschat onder jongeren behoorlijk variëren: Bij het bereiken van de leeftijd van 21 jaar varieert deze van 45 000 tot 150 000.

Bij sommige jongeren spreken we van een **hoge** woordenschat. Bij hen groeit de woordenschat exponentieel tot gemiddeld 150 000 wanneer de leeftijd van 21 jaar bereikt wordt. Hiervoor is de volgende formule opgesteld:

$$W_h = 17000 \cdot 1,27^t$$

Hierbij is t de tijd in jaren met $t = 0$ op de 12e verjaardag.

In deze formule is de jaarlijkse groeifactor afgerond op twee decimalen.

- 3p **2** Bereken deze groeifactor in drie decimalen nauwkeurig.

Bij andere jongeren spreken we van een **lage** woordenschat. Bij deze jongeren groeit de woordenschat lineair tot gemiddeld 45 000 op hun 21e verjaardag. Hiervoor geldt de volgende formule:

$$W_l = at + b$$

Hierbij is t de tijd in jaren met $t = 0$ op de 12e verjaardag.

Ga ook hierbij uit van een woordenschat van 17 000 op de 12e verjaardag.

Met behulp van bovenstaande formules kan het verschil in woordenschat op de 18e verjaardag worden berekend tussen jongeren met een hoge woordenschat en jongeren met een lage woordenschat.

- 4p **3** Bereken dit verschil. Rond je antwoord af op duizendtallen.

In de praktijk gebruikt men graag formules waar de werkelijke leeftijd in voorkomt. Voor jongeren met een hoge woordenschat geldt de formule

$$W_h = 17000 \cdot 1,27^t \text{ (met } t = 0 \text{ op de 12e verjaardag).}$$

- 3p **4** Schrijf deze in de vorm $W_h = b \cdot g^L$, waarbij L de werkelijke leeftijd is. Rond b af op tientallen.

JAG/TI-methode

Als het in de winter door de wind bijzonder koud aanvoelt, vermeldt het KNMI behalve de werkelijke temperatuur ook de gevoelstemperatuur. Sinds de winter van 2009/2010 hanteert het KNMI een nieuwe methode om de gevoelstemperatuur weer te geven. Deze methode is door de Joint Action Group on Temperature Indices (JAG/TI) ontwikkeld. De formule voor de gevoelstemperatuur G in °C op basis van de JAG/TI-methode luidt:

$$G = 13,12 + 0,6215 \cdot T - 11,37 \cdot W^{0,16} + 0,3965 \cdot T \cdot W^{0,16}$$

Hierbij is T de werkelijke temperatuur in °C en W de gemiddelde windsnelheid in km/uur.

In Nederland begonnen de eerste dagen van 2010 met erg lage temperaturen. In de journaaluitzending van 7 januari werd gezegd dat het de dag erna -2 °C zou worden, maar dat het door de snijdende wind veel kouder zou aanvoelen en dat de gevoelstemperatuur -9 °C zou bedragen.

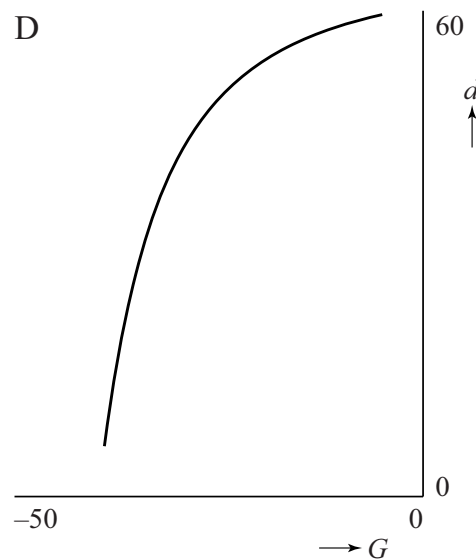
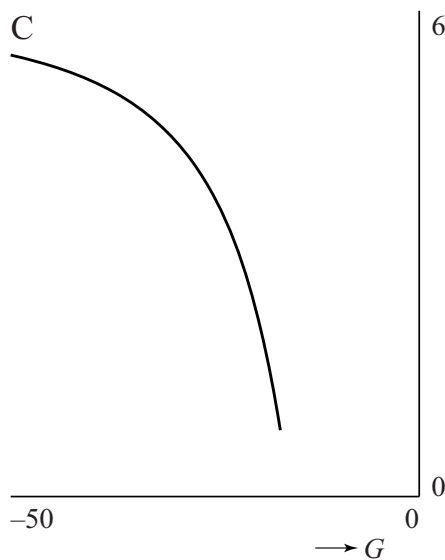
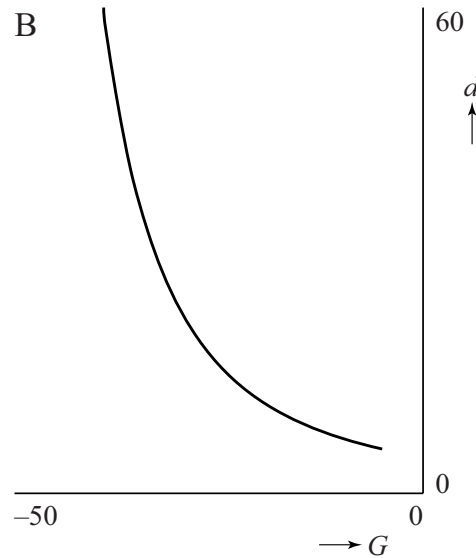
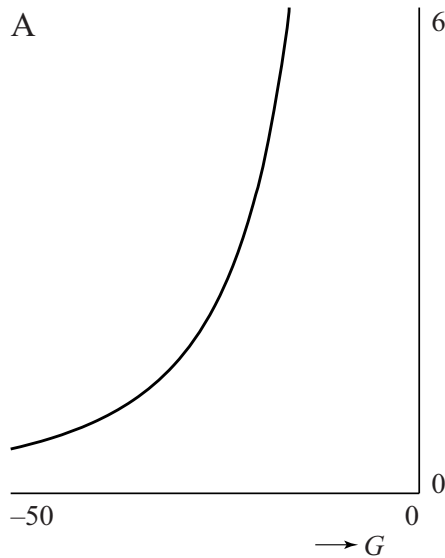
- 3p **5** Bereken met behulp van de formule welke gemiddelde windsnelheid op 8 januari verwacht werd.

We nemen aan dat het bij toenemende windsnelheid kouder aan gaat voelen; de formule van de JAG/TI-methode is ook zo opgesteld. De formule is ontwikkeld voor temperaturen tussen -46 °C en $+10$ °C en voor een gemiddelde windsnelheid tussen 5 km/uur en 175 km/uur.

- 4p **6** Bereken met deze gegevens de laagste en de hoogste gevoelstemperatuur die de formule kan geven.

TNO heeft onderzoek gedaan naar het verband tussen de gevoelstemperatuur en de maximale blootstellingsduur, dat is de tijd die bij een bepaalde gevoelstemperatuur buiten met blote vingers gewerkt kan worden.

Hieronder staan vier grafieken van het verband tussen de gevoelstemperatuur G (in $^{\circ}\text{C}$) en de maximale blootstellingsduur d (in minuten) weergegeven. Eén hiervan is de juiste.



Uit het onderzoek is gebleken dat bij een dalende gevoelstemperatuur de maximale blootstellingsduur steeds langzamer afneemt.

- 4p 7 Welke grafiek geeft op de juiste manier het verband tussen G en d weer? Licht je antwoord toe.

Straffen

Voor veel gevallen van 'veelvoorkomende criminaliteit' gebruikt het Openbaar Ministerie (OM) zogenaamde Polaris-richtlijnen om te berekenen welke strafeis passend is. Op de website van het OM staat hierover onder andere het volgende:

De Polaris-richtlijnen werken volgens een vast stramien. Het systeem waardeert misdrijven via een rekensom. Aan ieder delict is in de richtlijnen van Polaris een aantal strafpunten toegekend. Polaris werkt daarvoor met het begrip 'basisdelict': een strafbaar feit in de kale vorm. Ieder basisdelict heeft een vast aantal strafpunten. Fietsendiefstal levert bijvoorbeeld 10 punten op, woninginbraak 60 punten en een autokraak 20 punten. Bijzondere omstandigheden kunnen maken dat een delict voor lichtere of zwaardere bestraffing in aanmerking komt dan door dit aantal punten wordt aangegeven. Gebruik van een wapen bij mishandeling of letsel van een slachtoffer leveren bijvoorbeeld extra strafpunten op.

Voor vraag 8 kijken we naar de strafeis bij bedreiging. Hiervoor geldt het volgende:

- Basisstrafpunten: 8
- Procentuele verhoging van het aantal basisstrafpunten:
 - Slachtoffer is ambtenaar in functie: +150%
 - Er is sprake van discriminatie: +25%
- Extra strafpunten:
 - Met steekwapen (mes): +17
 - Met (nep)vuurwapen: +52

Mede op grond van enquêtes onder de bevolking is onlangs het percentage voor discriminatie verhoogd: in de nieuwe situatie wordt het 50% in plaats van de hierboven genoemde 25%.

Tot en met 30 strafpunten krijg je per strafpunt 25 euro boete.

Iemand bedreigt op een feest een andere feestganger met een mes en er is daarbij sprake van discriminatie.

- 4p **8** Bereken hoeveel euro boete hij in de nieuwe situatie meer moet betalen dan in de oude situatie.

Als iemand 31 tot 120 strafpunten heeft, wordt meestal een taakstraf opgelegd. Vanaf 121 strafpunten volgt een gevangenisstraf. De strafpunten worden hiervoor als volgt omgerekend:

- tot en met 180 strafpunten komt één strafpunt overeen met één dag gevangenisstraf;
- van 181 tot en met 540 strafpunten komt een strafpunt overeen met een halve dag gevangenisstraf;
- vanaf 541 strafpunten komt een strafpunt overeen met een kwart dag gevangenisstraf.

Bijvoorbeeld: 240 strafpunten leveren $180 \times 1 + 60 \times 0,5 = 210$ dagen gevangenisstraf op.

Om snel het aantal dagen gevangenisstraf te berekenen dat hoort bij een bepaald aantal strafpunten, kun je hiervoor drie formules opstellen: één formule voor 121 tot en met 180 strafpunten, één formule voor 181 tot en met 540 strafpunten en één formule voor 541 en meer strafpunten.

Voor 181 tot en met 540 strafpunten geldt: $G = 0,5s + 90$.

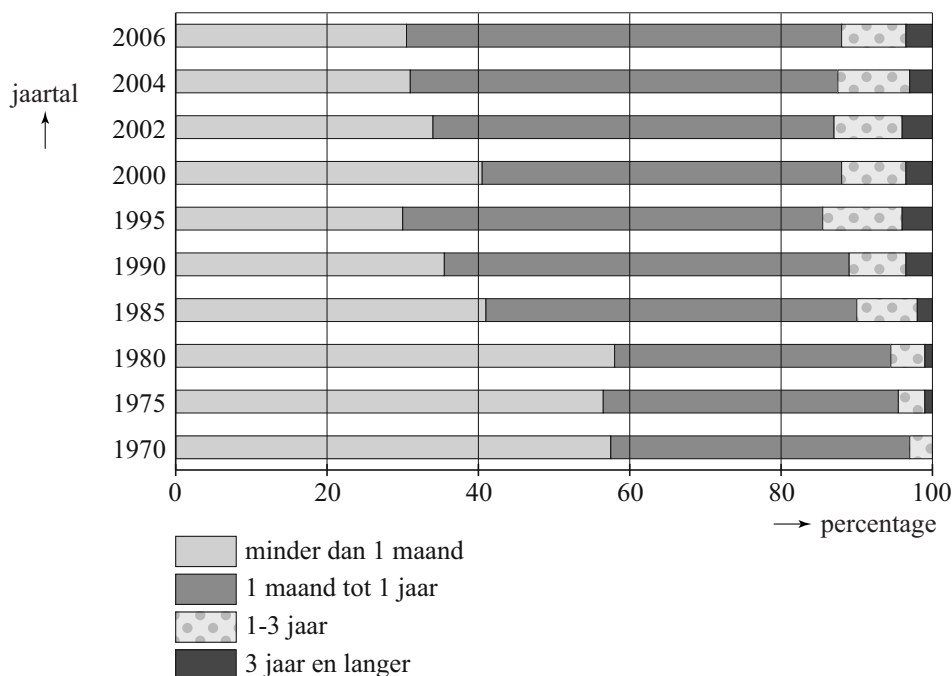
Hierin is G het aantal dagen gevangenisstraf en s het aantal strafpunten.

- 4p **9** Stel een formule voor G op voor 541 en meer strafpunten. Geef een toelichting bij je antwoord.

Tot en met 60 strafpunten wordt de straf direct met bovenstaande richtlijnen vastgesteld, daarboven komt er eerst een rechtszaak. De rechter beslist dan uiteindelijk.

In figuur 1 zijn gegevens van het ministerie van Justitie verwerkt. Hierbij zijn de opgelegde gevangenisstraffen in vier groepen verdeeld. Figuur 1 geeft voor een aantal jaren de procentuele verdeling over deze vier groepen weer.

figuur 1

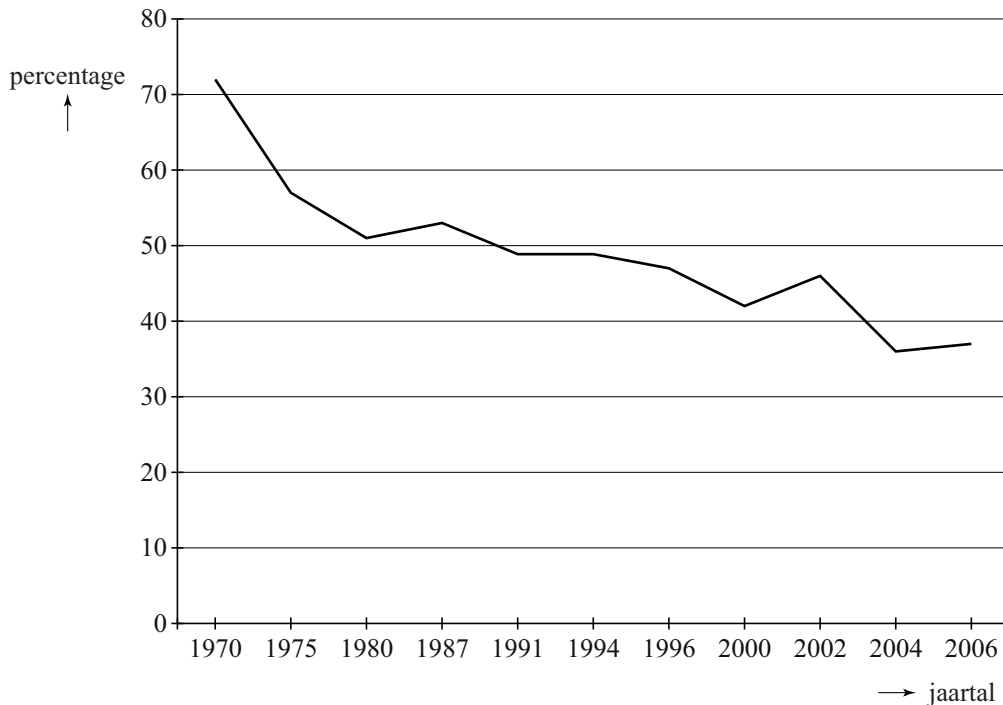


In 1980 was het gemiddelde van de opgelegde gevangenisstraffen ongeveer 2 maanden. De gemiddelde duur van de opgelegde gevangenisstraffen in 2006 is veranderd ten opzichte van 1980.

- 3p **10** Leg met behulp van figuur 1 uit of deze verandering een verhoging of verlaging is.

Het Sociaal en Cultureel Planbureau heeft resultaten gepubliceerd, waarin staat wat de bevolking vindt van het straffen van criminelen. In figuur 2 is te zien welk percentage van de bevolking het eens is met de stelling 'misdadigers moet men niet in de eerste plaats straffen, maar men moet ze proberen te veranderen'.

figuur 2



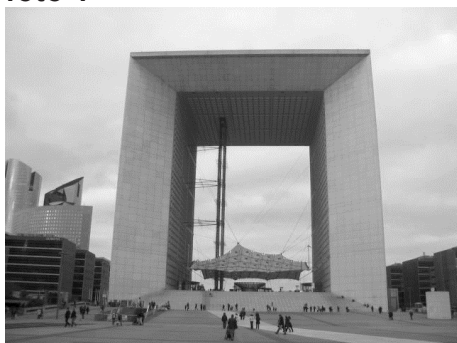
Je ziet in figuur 2 dat van een beperkt aantal jaren de percentages bekend zijn. Over het algemeen dalen die percentages in de totale periode 1970-2006. Maar er is iets merkwaardigs aan de hand met de schaalverdeling van de horizontale as: niet ieder jaar is met een eigen maatstreepje aangegeven. Hierdoor kun je de sterkte van de daling per periode niet direct in figuur 2 vergelijken.

- 5p **11** Onderzoek met behulp van de gegevens van figuur 2 in welke periode gemiddeld de sterkste daling per jaar plaatsvindt.

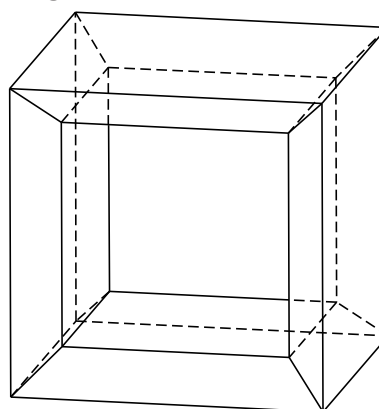
La Grande Arche

In Parijs staat een groot gebouw, La Grande Arche, dat vrijwel de vorm heeft van een uitgeholde kubus. Zie foto 1 en figuur 1 hieronder.

foto 1



figuur 1



Bij benadering geldt:

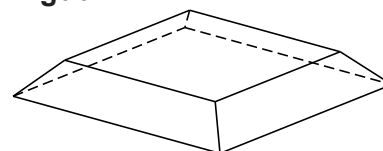
De buitenste acht hoekpunten van het gebouw vormen een grote kubus met ribben van 110 meter. De binnenste acht hoekpunten vormen een kleinere kubus met ribben van 88 meter. Beide kubussen hebben hetzelfde middelpunt en overeenkomstige zijvlakken zijn evenwijdig.

- 4p **12** Bereken de verhouding van de **oppervlaktes** van de grote en de kleine kubus.

Om de inhoud van het gebouw te bepalen kan het volgende model gebruikt worden:

Als aan alle zijden van de kleine kubus hetzelfde lichaam, dat in figuur 2 staat afgebeeld, wordt toegevoegd, ontstaat precies de grote kubus. La Grande Arche bestaat uit vier van deze zes lichamen. Zie foto 1.

figuur 2



- 5p **13** Bereken de inhoud van het gebouw in kubieke meters nauwkeurig.

Op foto 2 zie je het gebouw vanuit een andere positie. Deze foto staat ook vergroot op de uitwerkbijlage.

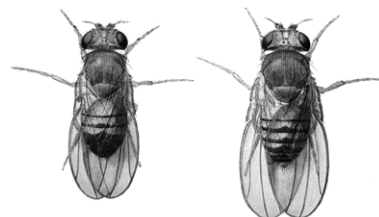
- 3p **14** Teken in de figuur op de uitwerkbijlage de horizon. Licht je werkwijze toe.

foto 2



Fruitvliegjes

Bij praktische opdrachten voor het vak biologie over kruisingen wordt vaak gebruik gemaakt van fruitvliegjes (*Drosophila melanogaster*). Deze fruitvliegjes zijn namelijk makkelijk te kweken en de ontwikkeling van ei tot fruitvliegje duurt maar negen dagen. Men kan dus in zeer korte tijd veel generaties kweken



Het aantal fruitvliegjes neemt de eerste weken exponentieel toe. Bij een praktische opdracht tellen leerlingen uit 5vwo na 2 weken 140 fruitvliegjes en na 5 weken 1065 fruitvliegjes. Bij deze gegevens is een exponentiële formule te maken voor het aantal fruitvliegjes F na t weken.

4p **15** Geef deze formule. Licht je antwoord toe.

In een kweekruimte kan het aantal fruitvliegjes niet onbepert toenemen. Het maximale aantal fruitvliegjes is afhankelijk van de grootte van de kweekruimte. Een ander experiment, dat werd gestart op 10 november 2011, werd in een kleinere kweekruimte uitgevoerd. Bij het vervolg van deze opgave gaan we uit van de volgende formule die het aantal fruitvliegjes bij dit experiment beschrijft:

$$F = \frac{340}{1 + 54 \cdot 0,79^t}$$

Hierbij is t de tijd in dagen na 10 november 2011 en F het aantal fruitvliegjes.

3p **16** Welke aantallen fruitvliegjes zijn volgens bovenstaande formule in de kweekruimte mogelijk? Licht je antwoord toe.

Fruitvliegjes zijn met een beetje etherdamp gemakkelijk te verdoven waarna je ze kan tellen en met een loep bestuderen. Voor de praktische opdracht over kruisingen zijn er 200 fruitvliegjes nodig.

4p **17** Bereken op welke datum er voor het eerst meer dan 200 fruitvliegjes zijn.

Een andere reden dat vaak gebruik gemaakt wordt van fruitvliegjes is dat een aantal eigenschappen goed zichtbaar zijn: oogkleur (**rood/zwart**), vleugelvorm (**kort/lang**) en huidskleur (**donker/geel**). Een fruitvliegje met zwarte oogkleur, korte vleugels en een gele huidskleur wordt getypeerd als: **z-k-g**. Op basis van deze eigenschappen zijn er acht typen mannetjes en acht typen vrouwtjes.

Voor een kruisingsexperiment moeten vier fruitvliegjes, twee mannelijke en twee vrouwelijke, in een kweekruimte worden geplaatst. Hierbij gelden twee eisen:

- De twee mannelijke fruitvliegjes mogen niet van hetzelfde type zijn.
- De twee vrouwelijke fruitvliegjes mogen niet van hetzelfde type zijn.

4p **18** Bereken hoeveel verschillende samenstellingen in de kweekruimte mogelijk zijn.

Let op: de laatste vragen van dit examen staan op de volgende pagina.

Spaaracties

Er zijn heel veel vormen van spaarsystemen in gebruik. Denk bijvoorbeeld aan klantenkaarten, voetbalplaatjes of kortingszegels die worden gebruikt door bijvoorbeeld tankstations, supermarkten of bouwmarkten. De bedrijven willen op deze manier klanten aan zich binden.

Mensen die aan een of meer van dergelijke acties meedoen, worden spaarders genoemd.

We onderscheiden de spaarders op een aantal eigenschappen:

- V : de spaarder is een vrouw;
- O : de spaarder is ouder dan 45 jaar;
- M : de spaarder doet mee aan meerdere acties.

Er zijn met deze notatie en enige logische symbolen allerlei uitspraken te doen over de spaarders. Een voorbeeld hiervan is de volgende 'zin'.

$$V \Rightarrow O \vee M$$

3p **19** Geef een vertaling van deze 'zin' in gewone taal.

Uit diverse onderzoeken is het volgende bekend:

- 70% van de spaarders is vrouw en 30% is man;
- 60% van de spaarders is ouder dan 45 jaar;
- 80% van de spaarders doet mee aan meerdere acties.

Op basis van bovenstaande gegevens kan een uitspraak gedaan worden over het percentage dat in alle drie categorieën valt: spaarders die vrouw zijn, ouder zijn dan 45 jaar en aan meerdere acties meedoen.

3p **20** Bereken op basis van bovenstaande gegevens, hoe groot dit percentage **maximaal** kan zijn.

4p **21** Bereken hoe groot dit percentage **minimaal** kan zijn.