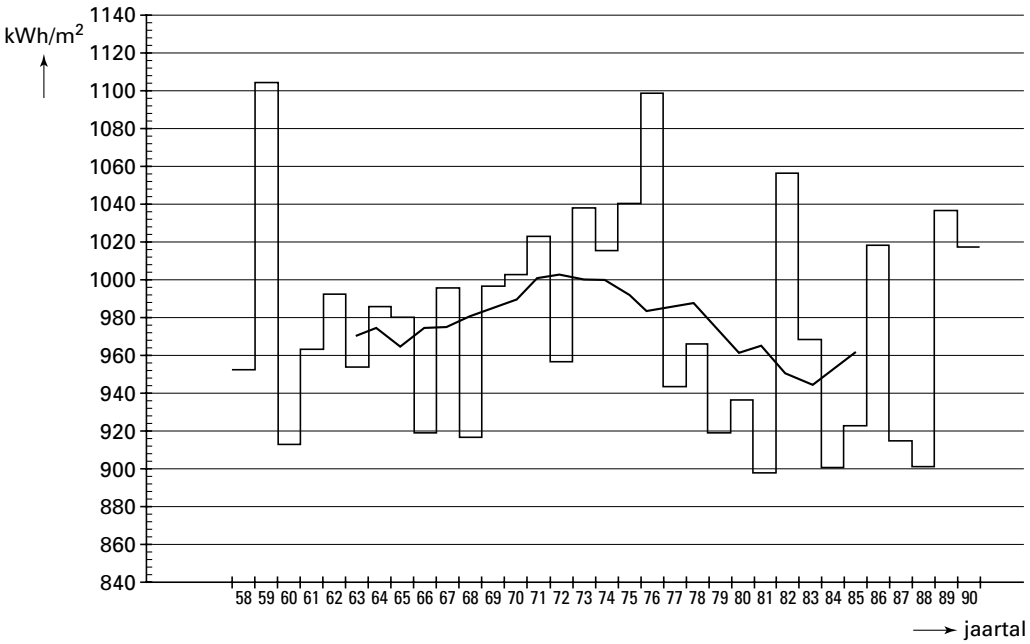
Opgave 1 Globale straling

De belangstelling voor zonne-energie is de laatste jaren toegenomen. Vanaf 1958 meet men in De Bilt voortdurend hoeveel energie er per m^2 wordt opgevangen. Dit noemt men globale straling. De globale straling wordt gemeten in kWh/m^2 (kilowattuur per m^2).

De totale hoeveelheid globale straling die in een jaar wordt opgevangen, noemt men de jaarsom van de globale straling.
In figuur 1 zijn de jaarsommen van de globale straling te De Bilt voor de jaren 1958 tot en met 1990 weergegeven. Zo is in 1975 de jaarsom 1040 kWh/m^2. Het gemiddelde van al deze jaarsommen bedraagt 977 kWh/m^2.

figuur 1 Jaarsommen van de globale straling te De Bilt in kWh/m^2 van 1958 tot en met 1990



4p **1** □ In hoeveel jaren wijkt de jaarsom van de globale straling meer dan 7% af van het gemiddelde? Licht je antwoord toe.

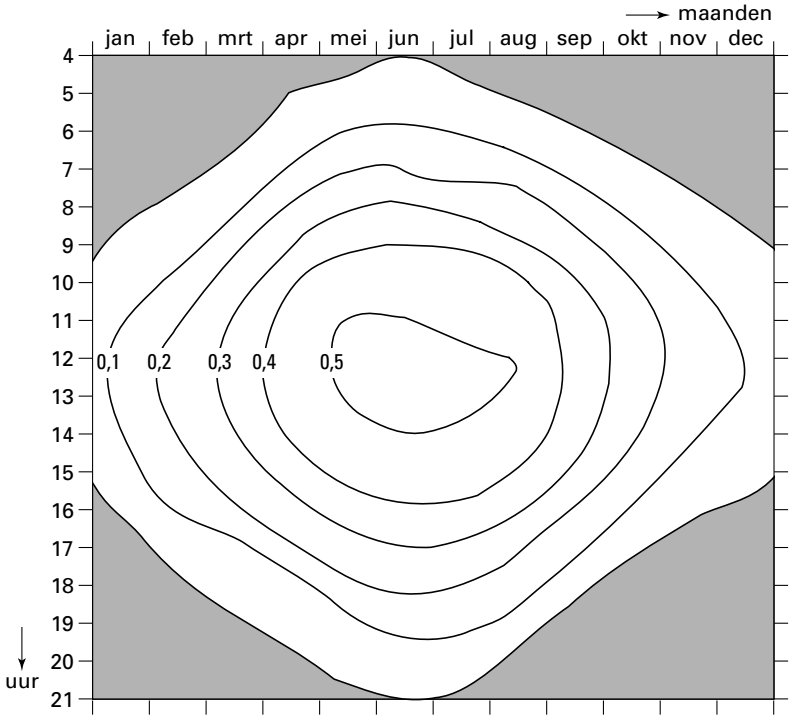
Behalve het gemiddelde over de totale meetperiode heeft men ook het gemiddelde berekend over elke aaneengesloten periode van 11 jaar. Dit gemiddelde is in figuur 1 telkens uitgezet boven het middelste jaar van zo'n periode, bijvoorbeeld voor de periode 1965-1975 is het gemiddelde uitgezet boven 1970. Je kunt zo een beeld krijgen van de ontwikkeling van de jaarsommen op de lange termijn.
In plaats van perioden van 11 jaar kun je ook perioden van 7 jaar nemen.

4p **2** □ Hoeveel waarden zou je dan moeten uitzetten in figuur 1? Licht je antwoord toe.

Jaarsommen geven slechts heel algemene informatie over de straling. Uit figuur 1 kan niet worden afgeleid door welke periode van het jaar of welke tijdstippen van de dag de grootste bijdrage wordt geleverd aan de jaarsom. Een grafiek zoals afgebeeld in figuur 2 geeft daarover wel informatie. Men kan zich met figuur 2 bijvoorbeeld een beeld vormen van het stralingsverloop op een doorsneedag begin september.

Beschikbaar gesteld door Stichting Studiebegeleiding Leiden (SSL).
Voor alle eindexamens, zie www.alleexamens.nl. Voor de perfecte voorbereiding op je eindexamen, zie www.sslleiden.nl.

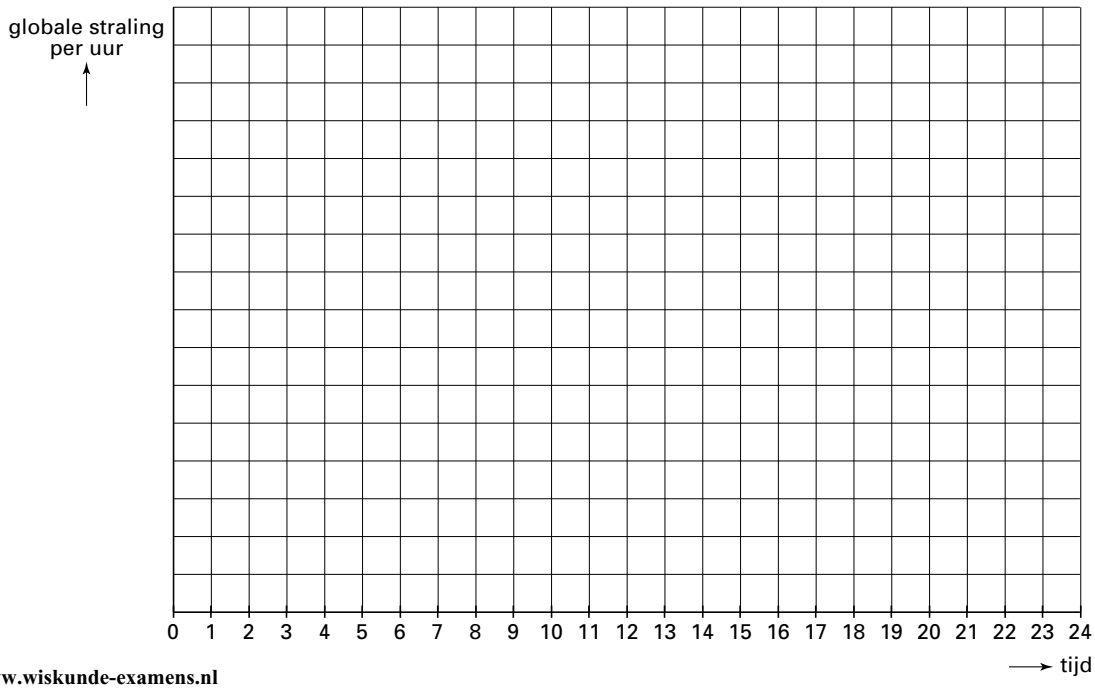
figuur 2 De globale straling per uur te De Bilt als functie van de maand en tijd van de dag



5p **3** □ Teken in de figuur op de bijlage een grafiek van de globale straling in De Bilt als functie van de tijd (in uren) zoals men die kan verwachten op 1 september.

Bijlage bij vraag 3

Wiskunde A



Beschikbaar gesteld door Stichting Studiebegeleiding Leiden (SSL).
Voor alle eindexamens, zie www.alleexamens.nl. Voor de perfecte voorbereiding op je eindexamen, zie www.sslleiden.nl.

Opgave 2 Postzegels

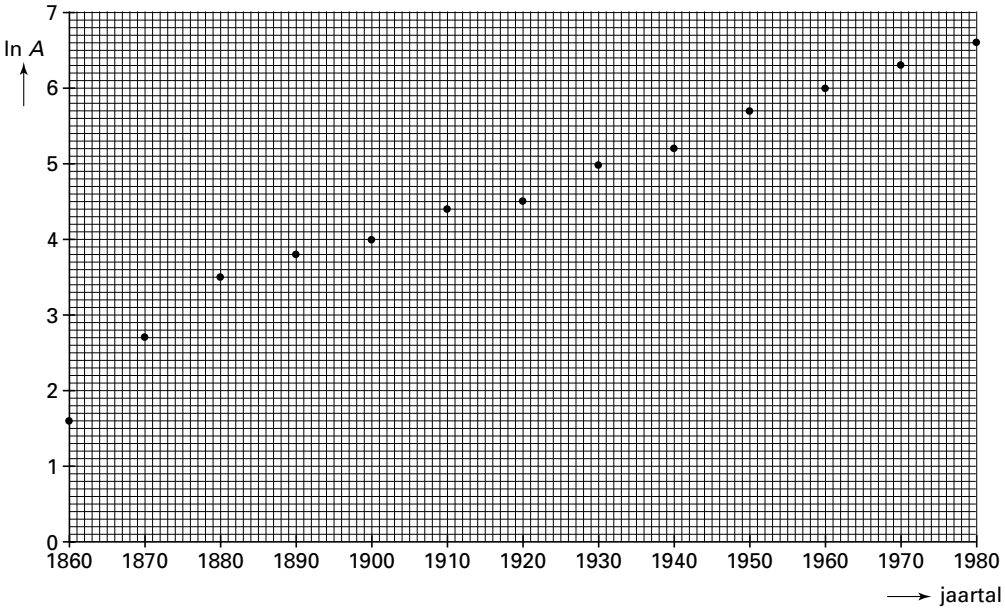
Postzegels bestaan pas sinds het midden van de vorige eeuw. Vrij snel daarna begon men bij bijzondere gelegenheden speciale postzegels uit te geven. Iedere nieuwe postzegel die wordt uitgegeven, wordt opgenomen in de catalogus van het desbetreffende land en krijgt een eigen catalogusnummer. Het aantal catalogusnummers neemt dus voortdurend toe.

In 1988, 140 jaar na het verschijnen van de eerste postzegels, bevatte de catalogus van de Verenigde Staten 2400 catalogusnummers. In het filatelieblad 'Linn's Stamp News' stond toen een artikel over de toename van het aantal catalogusnummers in de loop van de tijd. De schrijver had nagegaan hoe lang het had geduurd tot er 600 catalogusnummers waren, en had geconstateerd dat het daarna maar half zo lang had geduurd tot er weer 600 nummers bij waren gekomen, weer half zo lang voor de volgende 600 nummers, enzovoort.

5p **4** □ Bereken in welk jaar er 1200 catalogusnummers waren.

Een wiskundige verzamelde naar aanleiding van dit artikel gegevens over de groei van het aantal catalogusnummers in andere landen. In de grafiek van figuur 3 zijn gegevens over Noorwegen verwerkt.

figuur 3



A is het aantal catalogusnummers dat op 31 december van het aangegeven jaar bereikt was.
Langs de verticale as is niet A uitgezet, maar ln A.

Je kunt uit figuur 3 afleiden dat er op 31 december 1880 in Noorwegen 33 catalogusnummers waren. Berekend kan worden dat voor de periode van 31 december 1870 tot 31 december 1880 het gemiddelde aantal nieuwe catalogusnummers per jaar ongeveer 1,8 bedroeg.

Beschikbaar gesteld door Stichting Studiebegeleiding Leiden (SSL).
Voor alle eindexamens, zie www.alleexamens.nl. Voor de perfecte voorbereiding op je eindexamen, zie www.sslleiden.nl.

5p **5** □ Bereken het gemiddelde aantal nieuwe catalogusnummers per jaar voor de periode van 31 december 1920 tot 31 december 1930.

Vanaf 1880 kan de grafiek benaderd worden door de rechte lijn door de punten (1880; 3,5) en (1980; 6,6). Neem aan dat het groeiproces na 1980 op dezelfde wijze doorgaat.

7p **6** □ Bereken in welk jaar er in Noorwegen 2000 catalogusnummers zullen zijn.

Beschikbaar gesteld door Stichting Studiebegeleiding Leiden (SSL).
Voor alle eindexamens, zie www.alleexamens.nl. Voor de perfecte voorbereiding op je eindexamen, zie www.sslleiden.nl.

Opgave 3 Caloriearm dieet

Wij kijken in deze opgave naar het verband tussen voeding en de levensduur van muizen. Daarbij vergelijken we muizen die van jongs af aan een gewoon dieet krijgen met muizen die van jongs af aan een caloriearm dieet krijgen. Een caloriearm dieet bevat slechts de helft van het aantal calorieën van het gewone dieet.
Bij muizen die gevoed worden volgens een gewoon dieet is de levensduur bij benadering normaal verdeeld met een gemiddelde van 33 maanden en een standaarddeviatie van 2,7 maanden.

4p **7** □ Bereken hoeveel procent van deze muizen de leeftijd van 36 maanden bereikt.

Muizen met het caloriearme dieet hebben een gemiddelde levensduur van 45 maanden. Dit hogere gemiddelde wijst er al op dat het caloriearme dieet het verouderingsproces vertraagt. Behalve op de gemiddelde levensduur letten we ook op de 'maximale' levensduur in elke groep muizen; daarmee wordt de levensduur bedoeld die door slechts 0,1% van de muizen overschreden wordt. Bij muizen met het caloriearme dieet is deze 'maximale' levensduur 51,5 maanden.

Neem aan dat ook bij muizen met het caloriearme dieet de levensduur normaal verdeeld is.

4p **8** □ Toon aan dat de levensduur van muizen met het caloriearme dieet een standaarddeviatie van 2,1 maanden heeft.

Ook wat de 'maximale' levensduur betreft is er een aanzienlijk verschil tussen beide groepen muizen. Van de muizen met het caloriearme dieet leeft een groot percentage langer dan de 'maximale' levensduur van muizen met het gewone dieet.
5p **9** □ Bereken dit percentage.

Een onderzoeker wil nagaan of de bovenstaande effecten ook optreden als muizen pas op latere leeftijd met een caloriearm dieet beginnen.
Hij gaat als volgt te werk: uit elk nest muizen dat op zijn laboratorium ter wereld komt, neemt hij 2 jongen. De eerste 10 weken van hun bestaan krijgen beide dieren een gewoon dieet. Daarna krijgt een van de twee een caloriearm dieet terwijl de andere muis doorgaat met het gewone dieet.
In onderstaande tabel is van al deze muizen de bereikte leeftijd (in maanden) vermeld.

tabel

nest	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
levensduur (alleen gewoon dieet)	32,4	31,9	34,2	33,8	34,8	32,5	31,1	29,2	37,9	33,6
levensduur (vanaf 10 weken caloriearm)	34,1	31,8	36,0	36,2	30,1	32,6	37,9	34,7	35,2	33,5

nest	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
levensduur (alleen gewoon dieet)	33,1	30,6	38,0	36,3	30,6	32,8	35,1	31,5	27,9	33,4
levensduur (vanaf 10 weken caloriearm)	34,9	32,4	34,5	35,6	40,8	35,9	36,0	31,4	37,9	34,7

6p **10** □ Onderzoek of de resultaten bij een significantieniveau van 10% de conclusie rechtvaardigen dat het na 10 weken starten met een caloriearm dieet bij muizen een verlenging van de levensduur tot gevolg heeft.

Beschikbaar gesteld door Stichting Studiebegeleiding Leiden (SSL).
Voor alle eindexamens, zie www.alleexamens.nl. Voor de perfecte voorbereiding op je eindexamen, zie www.sslleiden.nl.

Opgave 4 IJs

Een kleine ijsfabrikant levert de volgende vier producten:
- vanille-ijs in literpakken;
- duo-ijs in literpakken;
- aardbeienijs in literpakken;
- vanille-ijs in pakjes van 0,125 liter.

Het duo-ijs bestaat voor 60% uit vanille-ijs en voor 40% uit aardbeienijs.
De ijsfabrikant levert deze producten in dozen: in een doos gaan óf 16 literpakken van een zelfde product óf 80 kleine pakjes.

Een winkelier bestelt 15 dozen met literpakken vanille-ijs, 10 dozen met duo-ijs, 4 dozen met aardbeienijs en 8 dozen met kleine pakjes vanille-ijs.

4p **11** □ Bereken hoeveel liter vanille-ijs en hoeveel liter aardbeienijs nodig is voor deze bestelling.

De kosten die de ijsfabrikant maakt bestaan uit grondstofkosten, verpakkingskosten en transportkosten:
- de grondstofkosten zijn *f* 2,80 per liter vanille-ijs en *f* 3,10 per liter aardbeienijs;
- de verpakkingskosten zijn *f* 0,10 per pak of pakje en *f* 1,10 per doos;
- de transportkosten zijn *f* 2,10 per doos.

De prijzen die de ijsfabrikant rekent zijn: *f* 60,– voor een doos vanille-ijs, *f* 64,– voor een doos duo-ijs, *f* 70,– voor een doos aardbeienijs en *f* 80,– voor een doos met kleine pakjes vanille-ijs.

5p **12** □ Bereken de winst van de ijsfabrikant op de bestelling van de winkelier.

Om te bepalen hoeveel liter vanille-ijs en hoeveel liter aardbeienijs hij nodig heeft voor een bestelling, maakt de ijsfabrikant gebruik van een computerprogramma. De benodigde hoeveelheden vanille-ijs (in liter) en aardbeienijs (in liter) worden door middel van de volgende matrixvermenigvuldiging berekend:

$$M \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix}$$

Hierbij geldt: a = het aantal dozen met literpakken vanille-ijs
b = het aantal dozen met literpakken duo-ijs
c = het aantal dozen met literpakken aardbeienijs
d = het aantal dozen met kleine pakjes vanille-ijs

6p **13** □ Geef de matrix M. Licht je antwoord toe.

Beschikbaar gesteld door Stichting Studiebegeleiding Leiden (SSL).
Voor alle eindexamens, zie www.alleexamens.nl. Voor de perfecte voorbereiding op je eindexamen, zie www.sslleiden.nl.

Het computerprogramma kan ook de winst (W, in guldens) op een bestelling berekenen. Het programma maakt gebruik van de volgende matrixformule:

$$W = (\ A - B \cdot M - C\ ) \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix}$$

Hierbij zijn A, B en C, evenals M, matrices die door de ijsfabrikant van de juiste elementen moeten worden voorzien.

De matrices A en C moeten als volgt worden ingevuld: $A = (\ 60\ \ 64\ \ 70\ \ 80\ )$
$C = (\ 4{,}8\ \ 4{,}8\ \ 4{,}8\ \ 11{,}2\ )$

4p **14** □ Geef de matrix B. Licht je antwoord toe.

Beschikbaar gesteld door Stichting Studiebegeleiding Leiden (SSL).
Voor alle eindexamens, zie www.alleexamens.nl. Voor de perfecte voorbereiding op je eindexamen, zie www.sslleiden.nl.

Opgave 5 Geschenkbonnen

De volgende tekst is ontleend aan een krantenartikel uit 1997.

artikel

Ruim tien miljoen aan bonnen niet verzilverd vorig jaar
Geschenkbon goudmijn VVV's

De verkoop van geschenkbonnen blijkt voor veel VVV-kantoren een lucratieve zaak te zijn. Omdat niet alle verkochte bonnen worden verzilverd, 'verdienen' de VVV's jaarlijks tienduizenden guldens extra. De hoogte van deze buitengewone baten hangt af van het aantal door de vestiging verkochte bonnen.

In Nederland zijn 175 VVV-kantoren aangesloten bij de Stichting Landelijke Geschenkbonnen. De Stichting is 'eigenaar' en administratieve verwerker van de VVV-bon. Een woordvoerder bevestigt dat lokale VVV's 'een centje' overhouden aan de verkoop daarvan. Vorig jaar werd landelijk voor ruim 122 miljoen gulden aan geschenkbonnen verkocht. In 1996 werd voor een bedrag van ongeveer 112 miljoen gulden verzilverd.

Men vermoedt dat 80% van de bonnen die in een bepaald jaar gekocht zijn in datzelfde jaar verzilverd worden. Van de niet verzilverde bonnen wordt in het jaar daarna 40% verzilverd. Van de dan nog niet verzilverde bonnen wordt 20% in het daaropvolgende jaar verzilverd en tenslotte wordt nog 10% van het restant verzilverd in het derde jaar na aankoop. Wat dan nog niet verzilverd is, zal nooit meer verzilverd worden.

De directeur van een VVV in het midden van het land ziet in het extraatje een compensatie voor de verkoop van bonnen met een lage waarde. "Want dat kost ons alleen maar geld."

Ga er bij vraag 15 van uit dat de in het artikel genoemde percentages gelden voor alle bonwaarden.
Met behulp van deze percentages is bijvoorbeeld af te leiden, dat de kans dat een bon uit 1993 pas in 1996 verzilverd wordt, gelijk is aan 0,0096.
Neem aan dat de VVV-kantoren in 1993, 1994 en 1995 ook voor 122 miljoen gulden aan bonnen verkochten.

8p **15** □ Onderzoek of het in het artikel genoemde bedrag van ongeveer 112 miljoen gulden hiermee in overeenstemming is.

Bij de Stichting Landelijke Geschenkbonnen legt men als volgt uit hoe de organisatie van de geschenkbonnen in elkaar zit: persoon A koopt een geschenkbon bij een VVV-kantoor, bijvoorbeeld voor 25 gulden, en geeft deze als cadeau aan persoon B. Persoon B koopt bij winkelier C een artikel van 25 gulden en betaalt met de geschenkbon. De winkelier stuurt de geschenkbon op naar de Stichting Landelijke Geschenkbonnen. De Stichting zorgt er dan voor dat het VVV-kantoor de betaling van persoon A afdraagt aan de Stichting.
Het VVV-kantoor, winkelier C en de Stichting zelf krijgen vervolgens elk een deel van het door persoon A betaalde bedrag.

Ga er in de rest van de opgave van uit dat:
- geschenkbonnen met elke willekeurige waarde tot f 100,– verkrijgbaar zijn;
- het VVV-kantoor bij elke verzilverde geschenkbon 0,9% van de bonwaarde krijgt;
- de kosten die het VVV-kantoor maakt voor de verkoop (personeel, administratie) per geschenkbon 15 cent bedragen.

In het artikel wordt gesproken over verlies op geschenkbonnen met een lage waarde.

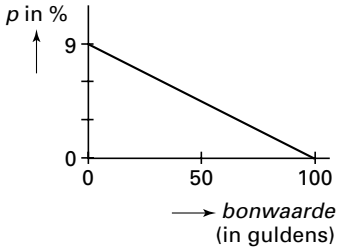
3p **16** □ Bereken vanaf welke bonwaarde het VVV-kantoor winst maakt op de verkoop van een geschenkbon die verzilverd wordt.

Beschikbaar gesteld door Stichting Studiebegeleiding Leiden (SSL).
Voor alle eindexamens, zie www.alleexamens.nl. Voor de perfecte voorbereiding op je eindexamen, zie www.sslleiden.nl.

Het percentage (p) van de geschenkbonnen die niet verzilverd worden, verschilt per bonwaarde. Bij de vraag of voor een bepaalde bonwaarde winst wordt gemaakt, speelt dit percentage een rol. Neem aan dat figuur 4 het verband aangeeft tussen de bonwaarde en het percentage niet-verzilverde geschenkbonnen.

figuur 4

Percentage niet-verzilverde geschenkbonnen



Over geschenkbonnen die *niet* verzilverd worden hoeft het VVV-kantoor niets af te dragen.
Over geschenkbonnen die *wel* verzilverd worden krijgt het VVV-kantoor alleen de bovengenoemde 0,9% van de bonwaarde.

Een VVV-kantoor heeft 250 geschenkbonnen van f 60,– verkocht.

7p **17** □ Toon aan dat het VVV-kantoor op deze 250 geschenkbonnen naar verwachting een winst van f 632,64 maakt.

Uit het bovenstaande kan het volgende verband worden afgeleid tussen de waarde (x, in guldens) van een geschenkbon en de verwachte winst (W, in guldens) op die geschenkbon:

$$W = -0{,}0008919x^2 + 0{,}09819x - 0{,}15.$$

4p **18** □ Bereken bij welke bonwaarde de verwachte winst voor een VVV-kantoor zo groot mogelijk is.

Beschikbaar gesteld door Stichting Studiebegeleiding Leiden (SSL).
Voor alle eindexamens, zie www.alleexamens.nl. Voor de perfecte voorbereiding op je eindexamen, zie www.sslleiden.nl.