Correctievoorschrift HAVO

2014

tijdvak 1

wiskunde B (pilot)

Het correctievoorschrift bestaat uit:

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o.
Voorts heeft het College voor Examens (CvE) op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet CvE de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.
Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Examens.
2 De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.
3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Examens.

De gecommitteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommitteerde.

4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.

5 Indien de examinator en de gecommitteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommitteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommitteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommitteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Examens van toepassing:

1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.

2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.

3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:

3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;

3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;

3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;

3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;

3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;

3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;

3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;
3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.

5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.

8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.

9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB1 Het College voor Examens heeft de correctievoorschriften bij regeling vastgesteld.
Het correctievoorschrift is een zogeheten algemeen verbindend voorschrift en valt onder wet- en regelgeving die van overheidswege wordt verstrekt. De corrector mag dus niet afwijken van het correctievoorschrift.

NB2 Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.
Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten.
Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht.
Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

NB3 Als het College voor Examens vaststelt dat een centraal examen een onvolkomenheid bevat, kan het besluiten tot een aanvulling op het correctievoorschrift.
Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt zo spoedig mogelijk nadat de onvolkomenheid is vastgesteld via Examenblad.nl verstuurd aan de examensecretarissen.

Soms komt een onvolkomenheid pas geruime tijd na de afname aan het licht. In die gevallen vermeldt de aanvulling:

NB
a. Als het werk al naar de tweede corrector is gezonden, past de tweede corrector deze aanvulling op het correctievoorschrift toe.
b. Als de aanvulling niet is verwerkt in de naar Cito gezonden WOLF-scores, voert Cito dezelfde wijziging door die de correctoren op de verzamelstaat doorvoeren.

Een onvolkomenheid kan ook op een tijdstip geconstateerd worden dat een aanvulling op het correctievoorschrift ook voor de tweede corrector te laat komt. In dat geval houdt het College voor Examens bij de vaststelling van de N-term rekening met de onvolkomenheid.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 80 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.

2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Kwelders

1 maximumscore 3

- De vergelijking $50 = \dfrac{100}{1 + 3000 \cdot 0{,}5^t}$ moet opgelost worden — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost — 1
- Na 12 jaar (is de helft van de kwelder bedekt met zoutmelde) — 1

2 maximumscore 4

- $G_1(8) = G_2(8) = 32$ (dus aan de eerste voorwaarde is voldaan) — 1
- Differentiëren geeft $G_1'(t) = 4(t-4)$ (of een vergelijkbare vorm) — 1
- Differentiëren geeft $G_2'(t) = -4(t-12)$ (of een vergelijkbare vorm) — 1
- Hieruit volgt $G_1'(8) = G_2'(8) = 16$ (dus aan de tweede voorwaarde is voldaan) — 1

3 maximumscore 4

- De vergelijking $-2(t-12)^2 + 64 = 40$ moet opgelost worden — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost — 1
- De oplossingen zijn $t = 12 - \sqrt{12}$ en $t = 12 + \sqrt{12}$ (of: $t \approx 8{,}5$ en $t \approx 15{,}5$ (of nauwkeuriger)) — 1
- Dus gedurende ($2\sqrt{12}$ (of $15{,}5 - 8{,}5$), dat is) 7 (jaar) (of nauwkeuriger) (ligt de gansdichtheid boven de 40 (ganzen per km^2)) — 1

4 maximumscore 3

- Voor grote waarden van t geldt $\dfrac{80t - 1184}{4t - 61} \approx \dfrac{80t}{4t}$ — 2
- De grenswaarde is $\dfrac{80t}{4t} = 20$ (ganzen per km^2) — 1

of

- Beschrijven hoe met behulp van een tabel of een plot en grote waarden van t de grenswaarde gevonden kan worden, waarbij voor t minstens de waarde 100 is genomen — 2
- De grenswaarde is 20 (ganzen per km^2) — 1

Gebroken functie

5 maximumscore 4

- Uit $\frac{1}{(4x+3)^2}=\frac{1}{2}$ volgt $(4x+3)^2=2$ — 1
- Hieruit volgt $4x+3=\sqrt{2}$ of $4x+3=-\sqrt{2}$ — 1
- De oplossingen hiervan zijn $x=-\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\sqrt{2}$ en $x=-\frac{3}{4}-\frac{1}{4}\sqrt{2}$ (of vergelijkbare uitdrukkingen) — 1
- De gevraagde coördinaten zijn $(-\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ en $(-\frac{3}{4}-\frac{1}{4}\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ — 1

Opmerking
Als de coördinaten van één van beide punten berekend zijn, voor deze vraag maximaal 2 scorepunten toekennen.

6 maximumscore 4

- Het functievoorschrift van *f* is te schrijven als $f(x)=(4x+3)^{-2}$ — 1
- Differentiëren geeft $f'(x)=-2\cdot(4x+3)^{-3}\cdot 4$ — 2
- Hieruit volgt $f'(x)=-8\cdot(4x+3)^{-3}$ en dit geeft $f'(x)=\frac{-8}{(4x+3)^3}$ — 1

7 maximumscore 3

- $f'(1)=-\frac{8}{343}$ dus $a=-\frac{8}{343}$ — 1
- De coördinaten van $A(1, \frac{1}{49})$ invullen in $y=-\frac{8}{343}x+b$ geeft $\frac{1}{49}=-\frac{8}{343}\cdot 1+b$ — 1
- Hieruit volgt $b=\frac{15}{343}$ — 1

of

- $f'(1)=-\frac{8}{343}$ dus $a=-\frac{8}{343}$ — 1
- De raaklijn gaat door $A(1, \frac{1}{49})$ dus een vergelijking van deze lijn is $y-\frac{1}{49}=-\frac{8}{343}(x-1)$ — 1
- $(\frac{1}{49}-\frac{8}{343}\cdot -1=\frac{15}{343}$ dus$)$ $b=\frac{15}{343}$ — 1

of

- $f'(1)=-\frac{8}{343}$ dus $a=-\frac{8}{343}$ — 1
- De raaklijn gaat door $A(1, \frac{1}{49})$ dus deze lijn snijdt de *y*-as op hoogte $\frac{1}{49}+\frac{8}{343}$ $(=\frac{15}{343})$ — 1
- Dus $b=\frac{15}{343}$ — 1

Krik

8 maximumscore 5

- Gegevens invullen in $AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2 \cdot AB \cdot BD \cdot \cos\angle ABD$ geeft $17,7^2 = 20,0^2 + 13,0^2 - 2 \cdot 20,0 \cdot 13,0 \cdot \cos\angle ABD$ 1
- Beschrijven hoe hieruit $\angle ABD$ gevonden kan worden 1
- Hieruit volgt $\angle ABD \approx 60,5°$ (of nauwkeuriger) 1
- Gegevens invullen in $CD^2 = BC^2 + BD^2 - 2 \cdot BC \cdot BD \cdot \cos\angle CBD$ geeft $CD^2 = 9,1^2 + 13,0^2 - 2 \cdot 9,1 \cdot 13,0 \cdot \cos(153° - 60,5°)$ 1
- Hieruit volgt dat de gevraagde afstand CD 162 mm (of 16,2 cm) is 1

f boven g

9 maximumscore 5

- Voor de x-coördinaten van A en B geldt respectievelijk $x - \frac{1}{6}x^3 = 0$ en $\sin x = 0$ 1
- Beschrijven hoe $x - \frac{1}{6}x^3 = 0$ voor $0 < x \le 4$ exact opgelost kan worden 1
- De oplossing is $x = \sqrt{6}$ (dus de x-coördinaat van A is $\sqrt{6}$) 1
- $\sin x = 0$ met $0 < x \le 4$ geeft $x = \pi$ (dus de x-coördinaat van B is π) 1
- De lengte van AB is dus $\pi - \sqrt{6}$ 1

10 maximumscore 5

- Differentiëren geeft $g'(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2$ 1
- Voor de x-waarde waarvoor het maximum wordt aangenomen geldt dus $1 - \frac{1}{2}x^2 = 0$ (met $0 < x \le 4$) 1
- Dit geeft ($x^2 = 2$ met $0 < x \le 4$ en hieruit volgt) $x = \sqrt{2}$ 1
- Het maximum van g is dus $g(\sqrt{2}) = \sqrt{2} - \frac{1}{6} \cdot (\sqrt{2})^3$ 1
- Dit maximum is dus $\sqrt{2} - \frac{1}{6} \cdot 2\sqrt{2} = \frac{2}{3}\sqrt{2}$ (dus $a = \frac{2}{3}$ (of een vergelijkbare uitdrukking) en $b = 2$) 1

11 maximumscore 4

- Het verschil tussen $f(x)$ en $g(x)$ is $f(x) - g(x)$ 1
- De vergelijking $\sin x - (x - \frac{1}{6}x^3) = 0,01$ (of de ongelijkheid $\sin x - (x - \frac{1}{6}x^3) < 0,01$) moet opgelost worden 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking (of de ongelijkheid) opgelost kan worden (bijvoorbeeld met behulp van een tabel) 1
- De gevraagde maximale waarde van x is 1,04 1

Functie met logaritme

12 maximumscore 2

- De ene asymptoot heeft vergelijking $x=0$ 1
- De andere asymptoot heeft vergelijking $x=1$ 1

13 maximumscore 5

- Uit ${}^2\log(x^2-x)=0$ volgt $x^2-x=2^0$ (of $x^2-x=1$) 1
- Dit geeft $x^2-x-1=0$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking exact opgelost kan worden 1
- De oplossingen zijn $x=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{5}$ en $x=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{5}$ (of vergelijkbare vormen) 1
- De lengte van lijnstuk AB is dus $(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{5}-(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{5})=)\ \sqrt{5}$ 1

14 maximumscore 3

- ($g(x)=2\cdot f(x)$ dus) $g(x)=2\cdot {}^2\log(x^2-x)$ 1
- $2\cdot {}^2\log(x^2-x)={}^2\log(x^2-x)^2$ 1
- ${}^2\log(x^2-x)^2={}^2\log(x^4-2x^3+x^2)={}^2\log(x^2(x^2-2x+1))$ (en dus wordt de grafiek van g gegeven door $g(x)={}^2\log(x^2(x^2-2x+1))$) 1

of

- ($g(x)=2\cdot f(x)$ dus) $g(x)=2\cdot {}^2\log(x^2-x)$ 1
- $2\cdot {}^2\log(x^2-x)={}^2\log(x(x-1))^2$ ($={}^2\log(x^2(x-1)^2)$) 1
- ${}^2\log(x(x-1))^2={}^2\log(x^2(x^2-2x+1))$ (en dus wordt de grafiek van g gegeven door $g(x)={}^2\log(x^2(x^2-2x+1))$) 1

Bissectrices

15 maximumscore 3

- Uit de gegeven vergelijking van k volgt dat de tangens van de hoek die k met de x-as maakt $\sqrt{3}$ is, dus deze hoek is $60°$ 1
- Uit de gegeven vergelijking van l volgt dat de tangens van de hoek die l met de x-as maakt $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ is, dus deze hoek is $30°$ 1
- De hoek die de bissectrice met de x-as maakt is: $30° + \dfrac{60° - 30°}{2} = 45°$ 1

16 maximumscore 6

- De afstand van P tot de x-as is $(y_P =)\,1$ 1
- (Noem de lijn door P die loodrecht op k staat n. Uit $\text{rc}_n \cdot \sqrt{3} = -1$ volgt) $\text{rc}_n = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ 1
- ($P(\sqrt{3},1)$ ligt op n, dus) $-\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3} + b = 1$, en dit geeft $b = 2$ 1
- Uit $-\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot x + 2 = \sqrt{3} \cdot x$ volgt $x = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ 1
- $x = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ geeft $y = (\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} =)\,1\frac{1}{2}$ 1
- De afstand van P tot k is $\sqrt{(\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{3})^2 + (1 - 1\frac{1}{2})^2} = 1$ (en dit is gelijk aan de afstand van P tot de x-as) 1

of

- De afstand van P tot de x-as is $(y_P =)\,1$ 1
- $OP = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$ 1
- De hoek tussen l en k is 30º 1
- Dus $\dfrac{d}{OP} = \sin 30°$ met d de afstand van P tot k 1
- Dit geeft $\dfrac{d}{2} = \dfrac{1}{2}$ 1
- Hieruit volgt $d = 1$ (dus de afstand van P tot k is gelijk aan de afstand van P tot de x-as) 1

Vraag	Antwoord	Scores

Twee functies

17 maximumscore 4

- Uit $x(x+2)=(x+2)\sqrt{x+2}$ volgt $x=-2$ of $x=\sqrt{x+2}$ — 1
- $x=\sqrt{x+2}$ geeft $x^2=x+2$ (met $x\geq 0$) — 1
- Beschrijven hoe $x^2=x+2$ (met $x\geq 0$) exact opgelost kan worden — 1
- (De x-coördinaten van A en B zijn) $x=-2$ en $x=2$ — 1

Opmerking
Als $x=-1$ als oplossing genoemd is, maximaal 3 scorepunten toekennen.

18 maximumscore 5

- $f(x)=(x+2)^{1\frac{1}{2}}$ — 1
- $f'(x)=1\frac{1}{2}(x+2)^{\frac{1}{2}}$ (of een vergelijkbare vorm) — 1
- Voor de x-coördinaat van C geldt $1\frac{1}{2}(x+2)^{\frac{1}{2}}=6$ — 1
- Hieruit volgt $(x+2)^{\frac{1}{2}}=4$ (ofwel $\sqrt{x+2}=4$) — 1
- Dit geeft $x+2=16$ dus $x=14$ — 1

De Eierland

19 maximumscore 8

•	Een vergelijking van lijn s is $y = x + 28$	1
•	Een vergelijking van de cirkel is $x^2 + y^2 = 54^2$	1
•	De x-coördinaten van de snijpunten van de lijn met de cirkel volgen uit de vergelijking $x^2 + (x+28)^2 = 54^2$	1
•	Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost	1
•	De oplossingen van deze vergelijking zijn $x \approx -49{,}5$ en $x \approx 21{,}5$ (of nauwkeuriger)	1
•	De coördinaten van de snijpunten van s met de cirkel zijn $(-49{,}5; -21{,}5)$ en $(21{,}5; 49{,}5)$ (of nauwkeuriger)	1
•	De afstand tussen deze snijpunten is $\sqrt{(21{,}5 - -49{,}5)^2 + (49{,}5 - -21{,}5)^2} \approx 100$ (km) (of nauwkeuriger)	1
•	De gevraagde tijd is $\frac{100}{22} \cdot 4 \approx 18$ (kwartier) (of $4\frac{1}{2}$ uur)	1

of

•	Een vergelijking van lijn s is $y = x + 28$	1
•	Beschrijven hoe de afstand van het punt $O(0, 0)$ tot de lijn s berekend kan worden	2
•	Deze afstand is ($\frac{28}{\sqrt{2}}$ ofwel) 20 (of nauwkeuriger) (km)	1
•	De afstand tussen de snijpunten van s met de cirkel is (twee maal de lengte van de lange rechthoekszijde van een rechthoekige driehoek met schuine zijde 54 en korte rechthoekszijde 20, dus) $2 \cdot \sqrt{54^2 - 20^2} \approx 100$ (of nauwkeuriger) (km)	3
•	De gevraagde tijd is $\frac{100}{22} \cdot 4 \approx 18$ (kwartier) (of $4\frac{1}{2}$ uur)	1

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per examinator in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 23 mei naar Cito.

De normering in het tweede tijdvak wordt mede gebaseerd op door kandidaten behaalde scores. Als het tweede tijdvak op uw school wordt afgenomen, zend dan ook van uw tweede-tijdvak-kandidaten de deelscores in met behulp van het programma WOLF.