Correctievoorschrift HAVO

2007

tijdvak 1

wiskunde B1

Het correctievoorschrift bestaat uit:

1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Beoordelingsmodel
5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o. Voorts heeft de CEVO op grond van artikel 39 van dit Besluit de *Regeling beoordeling centraal examen* vastgesteld (CEVO-02-806 van 17 juni 2002 en bekendgemaakt in Uitleg Gele katern nr 18 van 31 juli 2002).

Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

1. De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door de CEVO.
2. De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.
3. De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door de CEVO.

4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
5 Komen zij daarbij niet tot overeenstemming, dan wordt het aantal scorepunten bepaald op het rekenkundig gemiddelde van het door ieder van hen voorgestelde aantal scorepunten, zo nodig naar boven afgerond.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de CEVO-regeling van toepassing:

1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
   3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
   3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
   3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
   3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
   3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
   3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;
   3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
   3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen.
   3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal punten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.

5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan de CEVO. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.

8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.

9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 85 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.

2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

De wet van Moore

1 maximumscore 3

- Van 1961 tot 1975 is 14 jaar — 1
- Het aantal transistors volgens de formule is dus $4 \cdot 2^{\frac{1}{2} \cdot 14}$ — 1
- $4 \cdot 2^7 = 512$, dus 512 transistors in 1975 — 1

2 maximumscore 3

- Van 1961 tot 2004 is 43 jaar — 1
- Het aantal transistors volgens de formule is dus $4 \cdot 2^{\frac{1}{2} \cdot 43}$ — 1
- Het aantal vierkante millimeter per transistor is $\dfrac{8}{4 \cdot 2^{\frac{1}{2} \cdot 43}} \approx 0{,}000\,000\,6743$ (of $6{,}743 \cdot 10^{-7}$) — 1

3 maximumscore 5

- Een chip van 8 mm^2 met 10^7 transistors per mm^2 bevat $8 \cdot 10^7$ transistors — 1
- De miniaturisering stopt als $4 \cdot 2^{\frac{1}{2}t} = 8 \cdot 10^7$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking met de GR of algebraïsch opgelost kan worden — 1
- $t \approx 48{,}51$ — 1
- Dus vanaf het jaar 2010 geldt de wet van Moore niet meer (het antwoord 2009 ook goed rekenen) — 1

of

- Een chip van 8 mm^2 met 10^7 transistors per mm^2 bevat $8 \cdot 10^7$ transistors — 1
- De wet van Moore is niet meer geldig als $4 \cdot 2^{\frac{1}{2}t} > 8 \cdot 10^7$ — 1
- Beschrijven hoe deze ongelijkheid voor gehele waarden van t met (een tabel op) de GR opgelost kan worden — 1
- $t \geq 49$ — 1
- Dus vanaf het jaar 2010 geldt de wet van Moore niet meer — 1

4 maximumscore 6

- De vergelijking $4 \cdot 2^{\frac{1}{2}x} = 10^9$ — 1
- De vergelijking $2250 \cdot 2^{\frac{1}{2}y} = 10^9$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijkingen met de GR of algebraïsch opgelost kunnen worden — 1
- $x \approx 55{,}8$ en $y \approx 37{,}5$ — 1
- Dus op tijdstip 2016,8 passeert A de grens van 10^9 en op tijdstip 2008,5 passeert P de grens van 10^9 — 1
- Dus (ruim) 8 jaar verschil — 1

Opmerking
Als een leerling door middel van tabellen voor gehele x en y op de GR een verschil van ongeveer 8 jaar gevonden heeft, dit goed rekenen.

Lichaamslengtes van mannen en vrouwen

5 maximumscore 5

- Het percentage van lange mannen is te berekenen met $P(X \geq 190 \mid \mu = 181 \text{ en } \sigma = 7{,}5)$ — 1
- Het percentage van lange vrouwen is te berekenen met $P(X \geq 180 \mid \mu = 169 \text{ en } \sigma = 6{,}7)$ — 1
- Beschrijven hoe deze percentages met behulp van de GR berekend kunnen worden — 1
- Gevonden wordt 11,5% bij de mannen en 5,0% bij de vrouwen — 1
- De bewering klopt — 1

of

- Lange mannen zijn ten minste $\frac{190-181}{7{,}5} \approx 1{,}2$ standaardafwijkingen langer dan de gemiddelde lengte — 2
- Lange vrouwen zijn ten minste $\frac{180-169}{6{,}7} \approx 1{,}64$ standaardafwijkingen langer dan de gemiddelde lengte — 2
- Het percentage lange mannen is groter dan het percentage lange vrouwen — 1

Vraag	Antwoord	Scores

6 maximumscore 6

- Een bureaubladhoogte van 75 cm is te hoog voor mensen die een bureaublad lager dan 75 – 5 = 70 cm moeten hebben — 2
- In tabel 1 aflezen geeft lichaamslengtes kleiner dan 170 cm — 1
- Het percentage vrouwen met een lichaamslengte kleiner dan 170 cm is te berekenen via $P(X < 170 \mid \mu = 169 \text{ en } \sigma = 6{,}7)$ — 1
- Beschrijven hoe deze kans met behulp van de GR berekend kan worden — 1
- Het antwoord: (ongeveer) 56% — 1

7 maximumscore 4

- $P(X < 175 \mid \mu = 166 \text{ en } \sigma = x) = 0{,}898$ — 2
- Beschrijven hoe deze vergelijking met behulp van de GR opgelost kan worden — 1
- $x \approx 7{,}1$, dus de standaardafwijking is (ongeveer) 7,1 (cm) — 1

of

- $P(X < 175 \mid \mu = 166 \text{ en } \sigma = x) = 0{,}898$ — 2
- Hieruit volgt $z \approx 1{,}27$ — 1
- $1{,}27 = \dfrac{175-166}{x}$ geeft $x \approx 7{,}1$, dus de standaardafwijking is (ongeveer) 7,1 (cm) — 1

8 maximumscore 4

- In totaal $\binom{4}{2} = 6$ manieren (om bij vier te kiezen vrouwen er twee uit klasse 5 te kiezen) — 1
- Dit geeft $6 \cdot \dfrac{155}{500} \cdot \dfrac{154}{499} \cdot \dfrac{345}{498} \cdot \dfrac{344}{497}$ — 2
- De kans is (ongeveer) 0,28 — 1

of

- Het aantal gekozen vrouwen dat uit klasse 5 afkomstig is (X), is bij benadering binomiaal verdeeld met $n = 4$ en $p = 0{,}310$ — 2
- Beschrijven hoe $P(X = 2)$ met de GR berekend kan worden — 1
- De kans is (ongeveer) 0,27 — 1

Mobiele telefoon

9 maximumscore 3

- $V = 0$ geeft de vergelijking $0 = 3{,}31 + \frac{21}{t-148}$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking met de GR of algebraïsch opgelost kan worden 1
- De oplossing is $t \approx 141{,}6556$; dit is in minuten nauwkeurig gelijk aan 141 uur en 39 minuten 1

Opmerking

Als $t = 141 + \frac{39}{60}$ *of t = 141,65 is ingevuld in de formule met als conclusie V ≈ 0, zonder dat gecontroleerd is of V voor* $t = 141 + \frac{38}{60}$ *of* $t = 141 + \frac{40}{60}$ *dichter bij 0 ligt maximaal 1 punt toekennen.*

10 maximumscore 5

- Op het moment dat blokje 2 uitgaat, is de spanning 0,94·3,2 (Volt) (= 3,008 (Volt)) 1
- De vergelijking $3{,}31 + \frac{21}{t-148} = 0{,}94 \cdot 3{,}2$ (of $3{,}31 + \frac{21}{t-148} = 3{,}008$) 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking (met de GR) opgelost kan worden 1
- De oplossing is $t \approx 78{,}5$ 1
- 78,5 (uur) is niet gelijk aan de helft van de stand-by-tijd 141,65 (uur) 1

of

- Op het moment dat blokje 2 uitgaat, is de spanning 0,94·3,2 (Volt) (= 3,008 (Volt)) 1
- De helft van de stand-by-tijd is $\frac{1}{2} \cdot 141\frac{39}{60} = 70\frac{99}{120}$ (uur) (of 70,825) 1
- $V\left(70\frac{99}{120}\right) \approx 3{,}038$ 1
- 3,038 is groter dan 0,94·3,2 (of 3,038 is groter dan 3,008) 1
- Dus op de helft van de stand-by-tijd staat blokje 2 nog aan 1

Opmerking

Als gerekend is met een spanning van 3,17 Volt op t = 0 en de uitkomst 84,4 uur met de juiste conclusie gevonden is, dit goed rekenen.

11 maximumscore 3

- Met de telefoon met ouderwetse batterij kan niet meer gebeld worden als $-0{,}01t + 3{,}2 = 2{,}4$ 1
- De oplossing van deze vergelijking is $t = 80$ 1
- Het tijdsverschil is 124,9 – 80 = 44,9; dus 45 uur 1

Pakjesspel

12 maximumscore 3

- P(2 pakjes nemen) = P(aantal ogen van dobbelsteen is 2) = $\frac{1}{6}$ — 1
- P(alle drie personen mogen twee pakjes nemen) = $(\frac{1}{6})^3$ — 1
- De gevraagde kans is $\frac{1}{216}$ (≈ 0,0046 (of 0,005)) — 1

13 maximumscore 4

- De mogelijkheid 1, 1, 1, 1 met 1 volgorde — 1
- De mogelijkheid 2, 2, 0, 0 met 6 verschillende volgordes — 1
- De mogelijkheid 2, 1, 1, 0 met 12 verschillende volgordes — 1
- In totaal zijn er 1 + 6 + 12 = 19 manieren om samen vier pakjes te krijgen — 1

14 maximumscore 5

- De kans om in een beurt één pakje van de stapel te moeten pakken is $\frac{1}{3}$ — 1
- De kans om in een beurt één pakje dat jezelf hebt verkregen aan een ander te moeten geven, is $\frac{1}{6}$ — 1
- In vier beurten zijn er $\binom{4}{1}$ mogelijke volgordes om één pakje te mogen pakken en om drie pakjes aan een ander te moeten weggeven — 1
- De kans is $\binom{4}{1} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3$ — 1
- De gevraagde kans is $\frac{1}{162}$ (≈ 0,0062 (of 0,006)) — 1

15 maximumscore 3

- P(pakje van een ander nemen) $= \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ — 1
- P(pakje is nep) $= \frac{2}{3}$ — 1
- De gevraagde kans is $\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{9}$(≈ 0,1111 (of 0,111 of 0,11)) — 1

16 maximumscore 5

- De kans dat iemand één pakje van zijn eigen stapel mag openmaken is $1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} (= \frac{2}{3})$ — 2
- Het aantal personen dat één pakje van zijn eigen stapel mag openmaken is binomiaal verdeeld met $n = 20$ en $p = \frac{2}{3}$ — 1
- Beschrijven hoe $P(X > 10)$ met de GR berekend kan worden — 1
- De kans is (afgerond op drie decimalen) 0,908 — 1

Machtsfuncties en rechte lijn

17 maximumscore 5

	• De helling van k is -6	1
	• $f'(x)=2x-6$	1
	• $g'(x)=3x^2-6$	1
	• $f'(0)=-6$ en $g'(0)=-6$	1
	• De conclusie dat de hellingen gelijk zijn	1

18 maximumscore 4

	• De vergelijking $(x-1)(x^2+x-5)=0$	1
	• $x=1$ of $x^2+x-5=0$	1
	• De gevraagde x-coördinaten zijn 1, $\frac{-1-\sqrt{21}}{2}$ en $\frac{-1+\sqrt{21}}{2}$	2

19 maximumscore 5

	• Voor de toppen van de grafiek van g geldt $g'(x)=0$, dus $3x^2-6=0$	1
	• $x=-\sqrt{2}$ of $x=\sqrt{2}$	1
	• De toppen $(-\sqrt{2}\,;5+4\sqrt{2})$ en $(\sqrt{2}\,;5-4\sqrt{2})$	1
	• Het gemiddelde van de x-coördinaten van de toppen is gelijk aan 0	1
	• Het gemiddelde van de y-coördinaten van de toppen is gelijk aan 5 en de conclusie dat M het midden van AB is	1

20 maximumscore 4

	• (2, 0) invullen in $h(x)=x^p-6x+5$ geeft $0=2^p-6\cdot 2+5$	1
	• $2^p=7$	1
	• $p={}^2\log 7$ (of $p=\frac{\log 7}{\log 2}$)	2

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste 5 kandidaten per school in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 6 juni naar Cito.