

Voor dit examen zijn maximaal 81 punten te behalen; het examen bestaat uit 19 vragen.
Voor elk vraagnummer is aangegeven hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

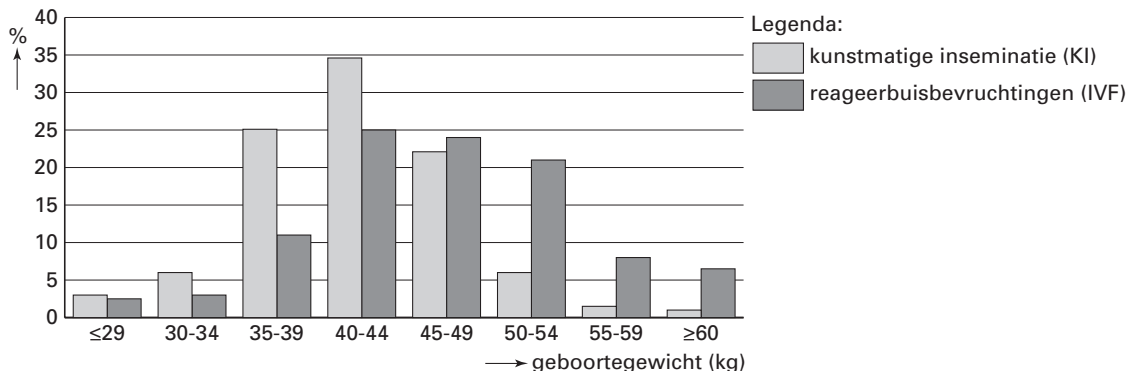
Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Kalveren

In de veeteelt gebruikt men voor rundvee reeds lang de methode van kunstmatige inseminatie (afgekort KI). De laatste jaren is daarnaast de reageerbuisbevruchting ofwel in-vitrofertilisatie (afgekort IVF) in opkomst. IVF-kalveren zijn bij de geboorte gemiddeld zwaarder dan KI-kalveren.

In figuur 1 zijn de gewichtsverdelingen van 1000 pasgeboren IVF-kalveren en 5000 pasgeboren KI-kalveren weergegeven.

figuur 1



Het gewicht van pasgeboren kalveren wordt afgerond op gehele kilogrammen. Kalveren die zijn ingedeeld in de gewichtsklasse 30-34 hebben een geboortegewicht vanaf 29,5 kg tot 34,5 kg.

Uit figuur 1 blijkt dat het percentage IVF-kalveren met een geboortegewicht boven 49,5 kg groter is dan het percentage KI-kalveren met een geboortegewicht boven 49,5 kg.

- 5p 1 ☐ Bereken het verschil tussen deze twee percentages. Rond je antwoord af op een geheel getal.

De geboortegewichten van IVF-kalveren en die van KI-kalveren zijn bij benadering normaal verdeeld.

- 2p 2 ☐ Leg uit hoe je in figuur 1 kunt zien dat de standaardafwijking van het geboortegewicht bij de IVF-kalveren groter is dan bij de KI-kalveren.

Van de geboortegewichten van de 1000 onderzochte IVF-kalveren is het gemiddelde 46,6 kg en de standaardafwijking 8,5 kg. De gewichtsverdeling in figuur 1 lijkt op een normale verdeling.

Toepassing van de normale verdeling met gemiddelde 46,6 en standaardafwijking 8,5 geeft echter vooral voor de klasse 40-44 een ander percentage dan het percentage dat in figuur 1 staat.

- 4p 3 ☐ Bereken het verschil tussen deze beide percentages.

Op een bedrijf worden per jaar 50 IVF-kalveren en 200 KI-kalveren geboren.

Daarbij is de kans op een ernstige afwijking voor elk IVF-kalf 3,7% en voor elk KI-kalf 0,8%.

- 5p 4 ☐ Bereken de kans dat in een willekeurig gekozen jaar op dit bedrijf geen kalf met ernstige afwijkingen geboren wordt. Rond je antwoord af op twee decimalen.

Telefonische enquête

De laatste jaren worden veel telefonische enquêtes gehouden. Hierbij is men afhankelijk van de bereikbaarheid van de mensen en van de bereidheid om mee te werken. Uit onderzoek blijkt dat van een bepaalde groep mensen 85% bereid is om mee te werken als ze bereikt worden. Bij de volgende vragen worden steeds mensen uit deze groep gebeld.

Drie willekeurig gekozen mensen worden gebeld en bereikt.

- 4p **5** ☐ Bereken de kans dat van deze drie er precies twee bereid zijn om mee te werken. Rond je antwoord af op drie decimalen.

Vaak zijn mensen niet bereikbaar. Slechts bij 35% van de belpogingen komt er contact tot stand.

Ga er in de volgende vragen van uit dat bij elke belpoging de kans dat er contact tot stand komt 35% is.

Twee willekeurig gekozen mensen worden gebeld.

- 4p **6** ☐ Bereken de kans dat beide mensen bereikt worden en bereid zijn om mee te werken. Rond je antwoord af op drie decimalen.

Voor een enquête worden 1000 mensen gebeld. Wie niet wordt bereikt bij de eerste belpoging, wordt later een tweede keer gebeld. Zonodig volgt nog een derde belpoging.

- 5p **7** ☐ Bereken het aantal mensen dat naar verwachting na hoogstens drie keer bellen is bereikt.

Voor een andere enquête worden telefonisch 500 mensen benaderd. In verband met de beschikbare tijd wordt bij iedereen één belpoging gedaan.

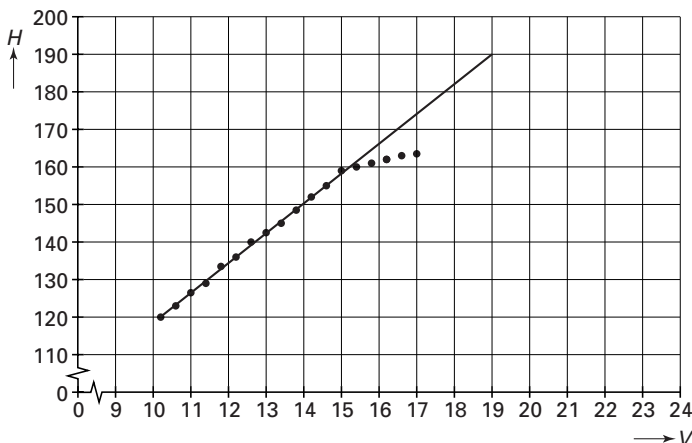
- 4p **8** ☐ Bereken de kans dat er minstens 200 mensen bereikt worden. Geef je antwoord in gehele procenten nauwkeurig.

Hartfrequentie

Een schaatser doet een hardlooptest op een loopband. Na elke 300 meter die de schaatser heeft afgelegd op de loopband wordt er overgeschakeld op een hogere snelheid. De eerste 300 meter loopt hij met een constante snelheid van 10,2 km per uur. Na elke 300 meter wordt deze snelheid met 0,4 km per uur verhoogd. Een hartslagmeter registreert na elke 300 meter de hartfrequentie van de schaatser. De hartfrequentie van een mens is het aantal slagen dat het hart per minuut maakt.

In figuur 2 zijn de resultaten van de hardlooptest weergegeven. Hierin is te zien dat de eerste meetgegevens vrijwel op een rechte lijn liggen.

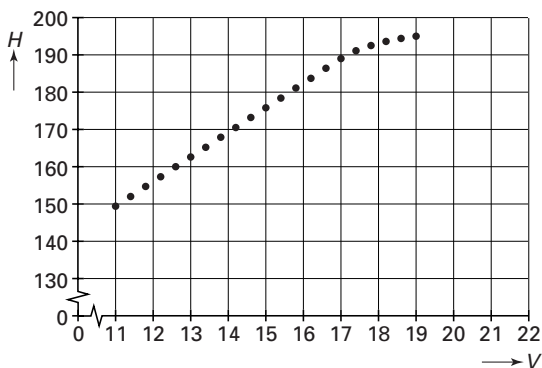
figuur 2



H is de hartfrequentie in slagen per minuut en V is de snelheid in km per uur. Voor snelheden tussen 10 en 15 km per uur is het verband tussen V en H bijna lineair. 4p 9 □ Geef een formule van dit lineaire verband. Licht je werkwijze toe.

Een hardloper doet dezelfde test op de loopband. In figuur 3 zijn de resultaten weergegeven.

figuur 3



De hartfrequentie waarbij het lineaire verband verloren gaat, heet het omslagpunt. Voor de hardloper van figuur 3 ligt het omslagpunt bij een hartfrequentie van ongeveer 190 slagen per minuut. Bij een grotere inspanning is het hart minder goed in staat om voldoende slagen te maken.

Het verband tussen V en H wordt voor de hardloper bij benadering gegeven door de volgende twee formules:

$$\begin{aligned} H &= 76,8 + 6,6 V && \text{voor } 11 \leq V \leq 17 \\ H &= 200 - (0,0545 V - 0,836)^{-1} && \text{voor } V \geq 17 \end{aligned}$$

De grafiek van het verband tussen V en H bestaat voor de hardloper uit twee delen die in het omslagpunt op elkaar aansluiten: beide formules geven bij $V = 17$ bij benadering dezelfde waarde voor H .

- 4p **10** ☐ Onderzoek of de beide formules bij $V = 17$ ook ongeveer dezelfde helling geven.

Ieder mens heeft zijn eigen maximale hartfrequentie.

Voor volwassenen geldt de volgende vuistregel: $H_{\max} = 220 - 0,9 L$.

Hierin is H_{\max} de maximale hartfrequentie en L de leeftijd in jaren met $L \geq 20$.

De maximale snelheid die de hardloper op de loopband nog net 300 meter lang kan volhouden, is 20 km per uur. Bij deze maximale snelheid bereikt hij ook de maximale hartfrequentie.

- 4p **11** ☐ Onderzoek wat de leeftijd van deze hardloper is volgens de gegeven formules en de vuistregel.

Medicijnen voorschrijven

Er worden steeds meer medicijnen verkocht. Als een medicijn goed lijkt te werken, stijgt de verkoop extra snel. Zo'n medicijn is Rustical, dat kalmerend werkt.

Het aantal personen dat per jaar Rustical kreeg voorgeschreven, wordt sinds 1991 bij benadering gegeven door $A(t) = 3900 \cdot 1,3^t$. Hierin is t het aantal jaren vanaf 1991 en $A(t)$ het aantal personen per jaar.

- 4p **12** ☐ Onderzoek in hoeveel tijd volgens dit model het aantal personen dat per jaar Rustical krijgt voorgeschreven tien keer zo groot wordt. Rond je antwoord af op een geheel aantal jaren.

Het aantal *recepten* Rustical dat werd voorgeschreven, is vanaf 1991 ook bij benadering exponentieel gestegen. In 1996 bedroeg het aantal voorgeschreven recepten voor Rustical 42000, in 1999 was dit aantal 157000.

- 4p **13** ☐ Toon door een berekening aan dat het jaarlijkse groeipercentage voor het aantal recepten ongeveer gelijk is aan 55%.

- 5p **14** ☐ Bereken met hoeveel procent het gemiddeld aantal recepten per patiënt is toegenomen in de periode 1996 – 1999. Rond je antwoord af op een geheel getal.

Bij het beoordelen of een patiënt in aanmerking komt voor Rustical gebruiken artsen twee lijsten met elk negen gedragskenmerken: een lijst met negen algemene kenmerken en een lijst met negen bijzondere kenmerken. In tabel 1 zie je enkele voorbeelden hiervan.

tabel 1

<i>Algemene gedragskenmerken</i>	<i>Bijzondere gedragskenmerken</i>
1: heeft regelmatig dagen met ups en downs	1: beweegt plotseling met (delen van) zijn lichaam
2: heeft vaak moeite met zich te concentreren	2: spreekt vaak overdreven snel
3.....	3.....
4.....	4.....
5.....	5.....
6.....	6.....
7.....	7.....
8.....	8.....
9.....	9.....

Het middel Rustical wordt voorgeschreven als een persoon *in elk van de twee lijsten* aan minstens zes gedragskenmerken voldoet. Niet bij elke persoon met in totaal 13 gedragskenmerken (bijvoorbeeld 8 in de eerste lijst en 5 in de tweede lijst) wordt dus het middel Rustical voorgeschreven.

- 5p **15** ☐ Toon aan dat er meer dan 6000 mogelijke combinaties van 13 gedragskenmerken zijn waarbij de diagnose wel leidt tot het voorschrijven van Rustical.

Vierkant

Op het interval $[0, 1]$ is gegeven de functie $f(x) = 1 - x^2$.

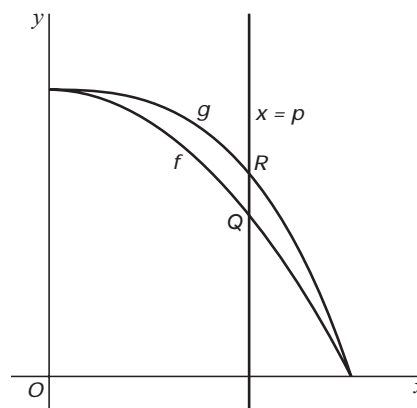
De grafiek van f snijdt de lijn $y = x$ in een punt T .

- 3p **16** □ Bereken de coördinaten van T . Rond deze coördinaten af op drie decimalen.

Op het interval $[0, 1]$ is ook gegeven de functie $g(x) = 1 - x^3$. Een verticale lijn met vergelijking $x = p$ snijdt de grafieken van f en g in twee punten Q en R . Zie figuur 4.

- 6p **17** □ Bereken met behulp van differentiëren voor welke waarde van p , met $0 < p < 1$, de lengte van QR maximaal is.

figuur 4

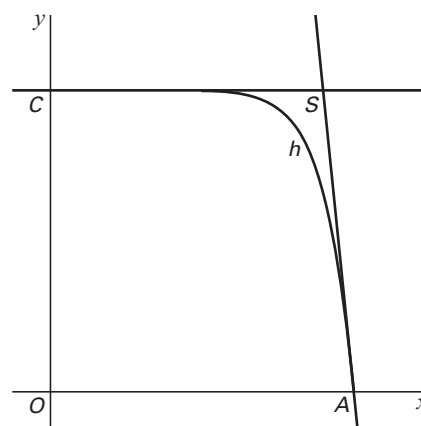


Op het interval $[0, 1]$ is de functie h gegeven door $h(x) = 1 - x^{10}$.

De grafiek van h snijdt de x -as in $A(1, 0)$ en de y -as in $C(0, 1)$.

De raaklijn aan de grafiek van h in het punt A snijdt de lijn $y = 1$ in het punt S . Zie figuur 5.

figuur 5



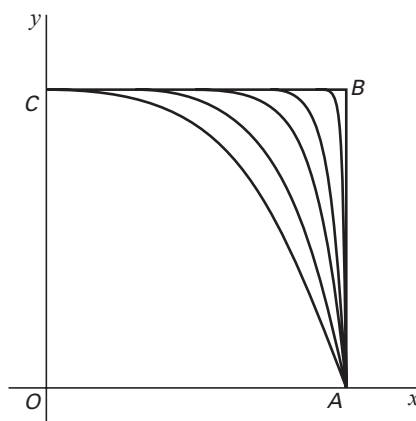
- 4p **18** □ Bereken de coördinaten van S .

Op het interval $[0, 1]$ is de familie van functies $k(x) = 1 - x^n$ gegeven. Hierin is n een positief geheel getal. De functies f , g en h behoren tot deze familie.

Hoe groter de waarde van n is, hoe meer de grafiek van k , aangevuld met de lijnstukken OA en OC , lijkt op een vierkant $OABC$.

In figuur 6 zijn voor enkele waarden van n de grafieken van k met het vierkant $OABC$ getekend.

figuur 6



Voor elke waarde van n snijdt de grafiek van k het lijnstuk OB in een punt T . Hoe groter n is, hoe dichter T bij punt B ligt.

- 5p **19** □ Onderzoek voor welke waarden van n de x -coördinaat van T minder dan 0,1 verschilt van de x -coördinaat van B .

Einde