

Voor dit examen zijn maximaal 83 punten te behalen; het examen bestaat uit 21 vragen.
Voor elk vraagnummer is aangegeven hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.
Voor de uitwerking van vraag 20 is een bijlage toegevoegd.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg, of berekening ontbreekt.

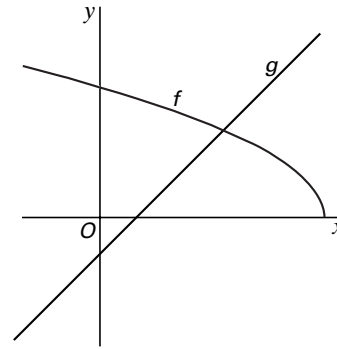
Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

■ Functies

In figuur 1 zijn de grafieken getekend van de functies

$$f(x) = \sqrt{-2x + 12} \text{ en } g(x) = x - 1.$$

figuur 1



4p **1** Los op: $f(x) \leq g(x)$. Rond de getallen in je antwoord die niet geheel zijn af op twee decimalen.

4p **2** In één punt van de grafiek van f is de richtingscoëfficiënt van de raaklijn gelijk aan -1 . Bereken de coördinaten van dit punt. Rond deze coördinaten af op één decimaal.

De verticale lijn $x = a$ snijdt de grafiek van f in punt S en de grafiek van g in punt T ; S ligt boven T .

4p **3** Onderzoek voor welke waarde van a de lengte van ST gelijk is aan 2. Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

Schuttersfeest

De schutterij (= schietvereniging) St-Joseph uit Waubach organiseert het *Dreiländereck-treffen*.

Aan dit schuttersfeest doen 62 schutterijen en 9 muziekkorpsen mee.

Het feest wordt geopend met een optocht van de 71 deelnemende groepen. Bij deze optocht lopen alle schutterijen en muziekkorpsen achter elkaar door het dorp. De eerste en de laatste groep in deze optocht zijn muziekkorpsen.



De muziekkorpsen uit Waubach en Lauradorp willen graag op de eerste of laatste plaats in de optocht worden ingedeeld.

Het feestcomité wijst door loting onder de negen muziekkorpsen de eerste en de laatste plaats toe.

- 4p **4** Bereken de kans dat de muziekkorpsen uit Waubach en Lauradorp beide gekozen worden.

Stel dat het feestcomité vervolgens voor de andere zeven muziekkorpsen willekeurig zeven plaatsen kiest uit de plaatsen 2 tot en met 70.

- 4p **5** Onderzoek of men dan uit meer dan 1 miljard verschillende zeventallen kan kiezen.

In tabel 1 is te zien hoeveel schutterijen en muziekkorpsen aan het schuttersfeest meedoen en uit welk land ze afkomstig zijn.

tabel 1

	Nederland	Duitsland	België
Aantal schutterijen	16	15	31
Aantal muziekkorpsen	7	1	1

Elke Nederlandse schutterij heeft eigen muzikanten in haar gelederen, de buitenlandse schutterijen hebben dit niet. Het feestcomité wil de beschikbare muziek gelijkmatig over de optocht verdelen en besluit daarom tot de volgende indeling:

indeling	plaats 1	2	3	4	5	6	7	8	...	66	67	68	69	70	71
groep	<i>M</i>	<i>S</i>	<i>M</i>	<i>S</i>	<i>S</i>	<i>M</i>	<i>S</i>	<i>S</i>	...	<i>M</i>	<i>S</i>	<i>S</i>	<i>M</i>	<i>S</i>	<i>M</i>

M stelt een muziekkorps voor of een Nederlandse schutterij met muziek.

S stelt een buitenlandse schutterij voor.

De buitenlandse schutterijen treden dus steeds in groepjes van twee op, behalve aan de kop en de staart van de optocht.

- 4p **6** Leg uit dat deze indeling mogelijk is op grond van tabel 1.

Het feestcomité besluit de muziekkorpsen uit Waubach en uit Lauradorp elk één van de plaatsen 1 en 71 te geven en de overige groepen te verdelen over de plaatsen 2 tot en met 70. Daarbij wil men zich houden aan bovengenoemde indeling.

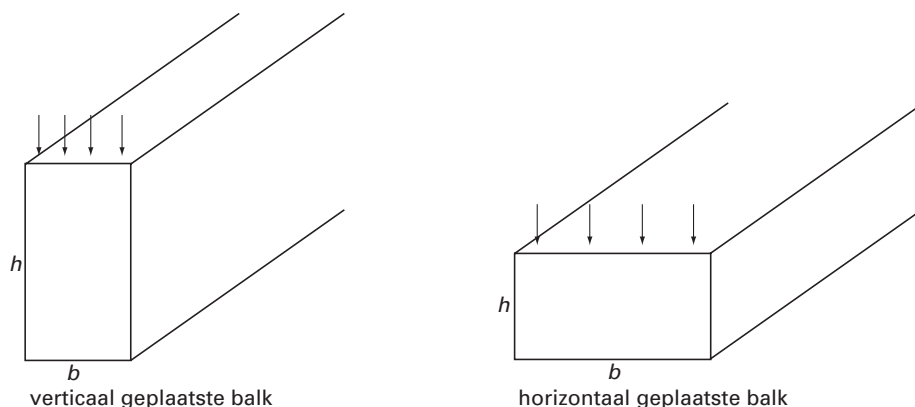
- 4p **7** Bereken hoeveel verschillende volgordes er dan mogelijk zijn.

Sterkte van een balk

In een bouwconstructie worden houten balken door verticale krachten belast. De sterkte van zo'n balk hangt dan af van zijn afmetingen en de gebruikte houtsoort.

We bekijken liggende balken met een rechthoekige doorsnede. Balken kunnen op twee manieren worden neergelegd: met de lange rechthoekszijde horizontaal of verticaal. We noemen dit horizontaal of verticaal geplaatste balken. Zie figuur 2. De richting van de krachten is aangegeven met pijlen.

figuur 2



Voor de sterkte S van een balk van een bepaalde houtsoort geldt de formule: $S = 0,12 \cdot b \cdot h^2$. Hierbij is b de basis in cm en h de hoogte van de dwarsdoorsnede in cm.

Een balk van deze houtsoort heeft een rechthoekige dwarsdoorsnede van 24 cm bij 6 cm. Deze balk kan in verticale en in horizontale stand worden geplaatst.

3p **8** In welke stand is de sterkte het grootst? Licht je antwoord toe.

De oppervlakte van de rechthoekige dwarsdoorsnede van een balk van deze houtsoort is gelijk aan 60 cm^2 .

Voor de sterkte S geldt: $S = 100$.

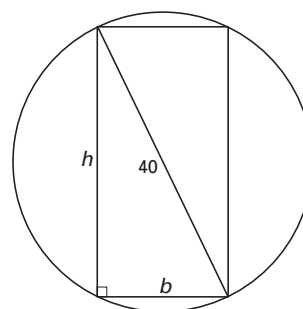
5p **9** Bereken de afmetingen h en b van deze dwarsdoorsnede. Geef h en b in één decimaal nauwkeurig.

Uit een cilindervormige boom van dezelfde houtsoort wil men een balk zagen met basis b en hoogte h .

Voor deze balk geldt nog steeds de formule $S = 0,12 \cdot b \cdot h^2$.

De cirkelvormige dwarsdoorsnede heeft een diameter van 40 cm. Zie figuur 3.

figuur 3



In deze situatie kan voor de sterkte de volgende formule gevonden worden:

$$S = 192 \cdot b - 0,12 \cdot b^3.$$

4p **10** Toon aan dat deze formule juist is.

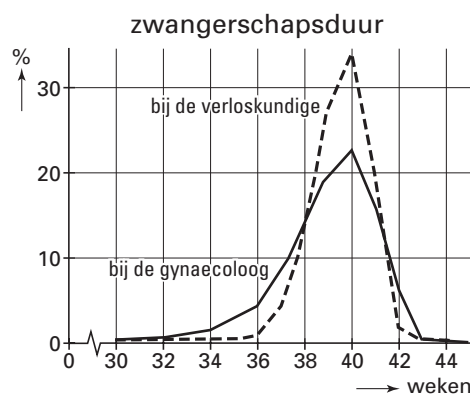
Men wil de balk zo uit de boom zagen dat de sterkte S maximaal is.

5p **11** Bereken met behulp van differentiëren de afmetingen van de dwarsdoorsnede van de balk in dat geval. Geef de waarden van b en h in één decimaal nauwkeurig.

Zwangerschapsduur

Vrouwen die zwanger zijn, kunnen bij de bevalling begeleid worden door een verloskundige of door een gynaecoloog. In figuur 4 is de procentuele verdeling van de duur van de zwangerschap (in weken) weergegeven voor bevallingen begeleid door een verloskundige en voor bevallingen begeleid door een gynaecoloog.

figuur 4



- 2p **12** Mag je uit figuur 4 concluderen dat het aantal bevallingen bij de verloskundige groter is dan het aantal bevallingen bij de gynaecoloog? Licht je antwoord toe.

Op grond van figuur 4 nemen we aan dat bij de gynaecoloog de kans op een bevalling met een zwangerschapsduur van 40 weken 22% is.

- 5p **13** Een gynaecoloog begeleidt in een jaar 150 bevallingen. Bereken de kans dat bij meer dan 30 bevallingen de zwangerschapsduur 40 weken is. Geef je antwoord in procenten nauwkeurig.

Een zwangerschap duurt gemiddeld 40 weken.

Neem bij de volgende vragen aan dat de zwangerschapsduur normaal verdeeld is. 85% van de zwangere vrouwen bevalt tussen de 266^e en de 294^e dag. Uit deze gegevens is af te leiden dat de standaardafwijking op gehelen afgerond 10 dagen is.

- 4p **14** Bereken de standaardafwijking in één decimaal nauwkeurig.

Neem in het vervolg van deze opgave voor de standaardafwijking 10 dagen.

Baby's die geboren worden na een zwangerschap van 37 weken of minder heten te vroeg geboren.

De kans dat een baby te vroeg geboren wordt is ongeveer 1,8%.

- 3p **15** Toon dit aan.

Volgens het Centraal Bureau voor de Statistiek worden op een doorsnee dag in ons land 520 kinderen geboren.

- 6p **16** Bereken in gehele procenten de kans dat er op een doorsnee dag tussen 5 en 15 baby's te vroeg geboren worden.

De euromunten die sinds 1 januari 2002 in omloop zijn gebracht, hebben per land aan één zijde een karakteristieke afbeelding behorend bij dat land. Zo heeft de Nederlandse euromunt een afbeelding van koningin Beatrix. In NRC-Handelsblad van 31-10-1997 stond hierover een artikel. Hieronder staat een deel van de tekst.

artikel

Met de muntunie breekt de tijd aan dat reizigers en toeristen met hun eigen geld op zak overal in Europa kunnen betalen. Na verloop van tijd komen er in Nederland dus Duitse, Belgische of Franse euromunten via Zandvoort, de Keukenhof of het Leidseplein in omloop.

Als zo jaarlijks 3 procent van alle munten wordt vervangen door buitenlandse euro's dan heeft, volgens een eenvoudig model, in 2020 nog maar iets meer dan de helft van de munten in

binnenlandse omloop het 'nationale' karakter. De rest bestaat uit Brandenburger Tor euro's, Arc de Triomphe euro's, of welke nationale karakteristiek andere EU-landen uiteindelijk voor hun eigen muntzijde zullen kiezen. Als de mobiliteit van Europeanen fors toeneemt, en elk jaar 7,5 procent van de euro's vervangen wordt, dan wordt de Beatrix-euro al snel een zeldzaam verschijnsel in het Nederlandse Muntbestand.

In deze opgave nemen we aan dat op 1 januari 2002 alle munten in ons land 'nationale' euro's (Beatrix-euro's) waren. Verder nemen we aan dat vanaf die datum in Europa geen nieuwe euro's bijgemaakt worden of verloren gaan.

Bij een jaarlijkse vervanging van 3% van alle munten in ons land door buitenlandse euromunten is de groeifactor voor het aantal Beatrix-euro's in ons land elk jaar 0,97. Volgens het artikel zal bij dit vervangingspercentage in 2020 nog maar iets meer dan de helft van de munten in ons land Beatrix-euro's zijn.

3p **17** □ Onderzoek met een berekening of deze bewering waar is.

Of het percentage munten dat jaarlijks in ons land zal worden vervangen door buitenlandse munten inderdaad 3 is, valt moeilijk te voorspellen. Neem aan dat dit vervangingspercentage elk jaar hetzelfde is en noem het x .

Neem $x = 7,5$. Volgens het artikel zal bij dit vervangingspercentage de Beatrix-euro in ons land snel een zeldzaam verschijnsel worden.

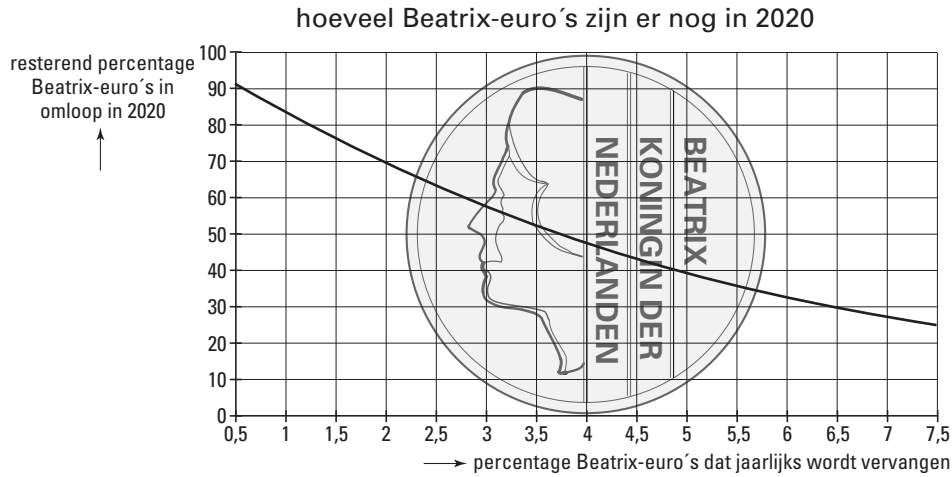
4p **18** □ Bereken in welk jaar voor het eerst geldt dat op 1 januari minder dan 10% van de munten in ons land Beatrix-euro's zijn.

Het resterende percentage Beatrix-euro's in ons land (B) op een bepaald moment hangt af van het vervangingspercentage x .

Om een beeld te geven van de situatie verder weg in de toekomst stond in het NRC-artikel de grafiek van het verband tussen B en x zoals dat zal gelden op 1 januari 2020.

Zie figuur 5. Deze figuur staat ook op de bijlage.

figuur 5



Volgens de laatste zin van het artikel geldt: als elk jaar 7,5 procent van de euro's vervangen wordt, dan wordt de Beatrix-euro al snel een zeldzaam verschijnsel in Nederland.

- 3p **19** Hoe blijkt uit de grafiek dat deze bewering overdreven is?
- 5p **20** Teken in de figuur op de bijlage de grafiek van het verband tussen B en x op 1 januari 2010. Licht je werkwijze toe.

Omdat we aannemen dat er geen euro's worden bijgemaakt of verloren gaan, is het aantal Beatrix-euro's in Europa een vast percentage van het totaal aantal euro's. Na verloop van tijd zal door de blijvende uitwisseling het percentage Beatrix-euro's dat in Nederland in omloop is steeds dichterbij dit vaste percentage komen.

- 3p **21** Verklaar hiermee dat het in deze opgave gekozen wiskundige model, dat uitgaat van een vast vervangingspercentage, voor de lange termijn niet juist is.

Einde