

Voor dit examen zijn maximaal 81 punten te behalen; het examen bestaat uit 19 vragen.
Voor elk vraagnummer is aangegeven hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.
Voor de uitwerking van de vragen 10, 12, 13 en 14 is een bijlage toegevoegd.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

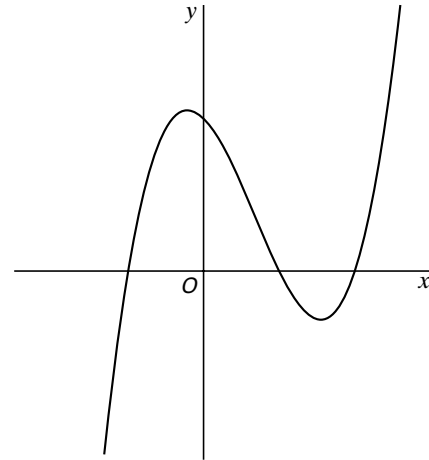
Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Derdegraadsfunctie

In figuur 1 is de grafiek getekend van de functie

figuur 1

$$f(x) = (x^2 - 1) \cdot (x - 2).$$



4p **1** Los op voor welke waarden van x geldt $f(x) < 0$.

3p **2** Toon langs algebraïsche weg aan dat voor de afgeleide functie f' geldt

$$f'(x) = 3x^2 - 4x - 1.$$

4p **3** Lijn l raakt de grafiek van f in het punt $A(-3, -40)$.
Stel langs algebraïsche weg een vergelijking op van lijn l .

Er is één horizontale lijn boven de x -as die met de grafiek van f precies twee punten gemeenschappelijk heeft. Die twee punten worden B en C genoemd.

7p **4** Bereken de lengte van BC . Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

Potgrond

Een tuincentrum heeft een partij van 500 zakken potgrond. Deze zakken hebben een gewicht dat normaal verdeeld is met een gemiddelde van 11,7 kg en een standaardafwijking van 0,3 kg.

- 3p **5** Iemand koopt bij dit tuincentrum twee zakken potgrond van de genoemde partij. Bereken de kans dat deze beide zakken meer dan 11,7 kg wegen.

De *Stichting Regeling Handels Potgronden* eist dat minimaal 98% van alle zakken 11,0 kg of meer weegt.

- 4p **6** Onderzoek of de genoemde partij van 500 zakken aan deze eis voldoet.

Een compostbedrijf vult de zakken machinaal. De machine kan men op een gemiddeld vulgewicht instellen. Bij iedere instelling zijn de vulgewichten normaal verdeeld met een standaardafwijking van 0,3 kg.

- 4p **7** De machine wordt zo ingesteld dat 2% van de zakken minder dan 11,0 kg weegt. Bereken op welk gemiddeld vulgewicht de machine ingesteld moet worden. Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

Het compostbedrijf levert de potgrond in 25-liter-zakken, 50-liter-zakken en 80-liter-zakken. De zakken worden uitsluitend geleverd op volle pallets (laadborden). Op een pallet liggen steeds zakken met gelijke inhoud. Zie tabel 1.

tabel 1

soort zakken	50 liter	25 liter	80 liter
aantal zakken per vol pallet	51	90	33

Het tuincentrum bestelt een partij potaarde bij het compostbedrijf. Men wil meer pallets met 50-liter-zakken dan pallets met 25-liter-zakken. Ook wil men meer pallets met 25-liter-zakken dan pallets met 80-liter-zakken. Van elk van de drie soorten zakken moet minstens één pallet worden geleverd.

Het tuincentrum wil een levering van 20 000 liter potaarde of, als dit niet mogelijk is, een levering van een hoeveelheid die er zo dicht mogelijk bij ligt.

- 6p **8** Onderzoek hoeveel pallets er van elk soort zakken moeten worden geleverd. Noteer alle stappen die je bij de aanpak van dit probleem maakt.

Windenergie

De laatste jaren wordt een steeds grotere hoeveelheid stroom opgewekt door wind.

Voor het omzetten van windenergie in electriciteit gebruikt men windturbines.

De energieproductie per tijdseenheid wordt het vermogen genoemd.

De eenheid van vermogen is watt.

In figuur 2 is een windturbine getekend.

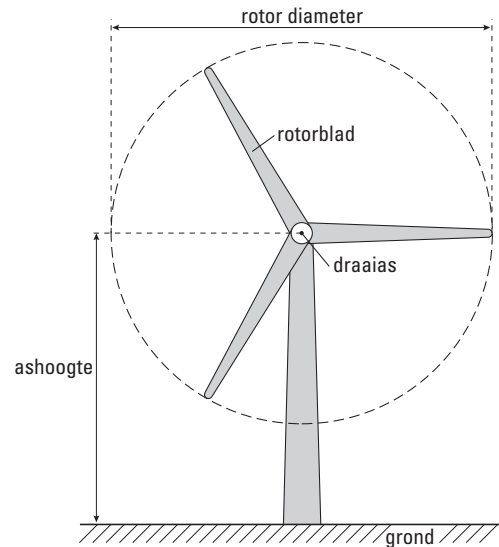
Het vermogen van een windturbine hangt hoofdzakelijk af van:

- de ashoogte;
- de windsnelheid;
- de rotordiameter.

Uit metingen blijkt:

Een toename van de ashoogte met 1 meter levert 1% meer vermogen op.

figuur 2



- 3p 9 Laat met een berekening zien dat een toename van de ashoogte met 15 meter ongeveer 16% meer vermogen oplevert.

Voor een bepaald type windturbine met vaste ashoogte en vaste rotordiameter geldt:

- de turbine treedt in werking bij windsnelheden vanaf 4 m/s;
- bij windsnelheden van 4 tot en met 15 m/s geldt voor het vermogen P (in kilowatt)
 $P = 0,195 \cdot V^3$, waarbij V de windsnelheid is in m/s;
- bij windsnelheden van 15 tot 25 m/s laat men de draaisnelheid van de turbine om veiligheidsredenen niet verder toenemen: het geleverde vermogen blijft daardoor op een constant peil;
- bij windsnelheden vanaf 25 m/s wordt de turbine uitgeschakeld.

- 6p 10 Teken op de bijlage bij vraag 10 voor windsnelheden van 0 m/s tot 30 m/s de grafiek van het vermogen als functie van de windsnelheid V .

Voor het vermogen van een windturbine van het type Eolus geldt de volgende formule:

$$P = 0,0001 \cdot V^3 \cdot D^2$$

P is het vermogen in kilowatt; V is de windsnelheid in m/s; D is de rotordiameter in m.

Een bepaalde windturbine van het type Eolus heeft een rotordiameter van 47 meter.

- 4p 11 Bereken bij welke windsnelheid deze turbine een vermogen van 750 kilowatt geeft. Geef je antwoord in gehele m/s.

Windturbines van het type Eolus kunnen ook een vermogen van 750 kilowatt leveren bij andere combinaties van V en D .

Met behulp van de grafische rekenmachine kan dit in een grafiek worden weergegeven.

Neem hierbij voor D waarden van 40 tot en met 80 meter.

- 6p 12 Teken deze grafiek op de bijlage bij vraag 12 én geef aan welke formule je daartoe in de grafische rekenmachine hebt ingevoerd.

Bevolkingsgroei

Op 1 januari 1985 telde een land 12,9 miljoen inwoners. Door het hoge geboortecijfer en het steeds lager wordende sterftcijfer bleef de bevolking de jaren daarna sterk groeien.

In de grafiek van figuur 3 is voor de jaren 1985 tot en met 1990 de ontwikkeling van het aantal inwoners weergegeven.

Op de verticale as is $\log N$ uitgezet, waarbij N het aantal inwoners is.

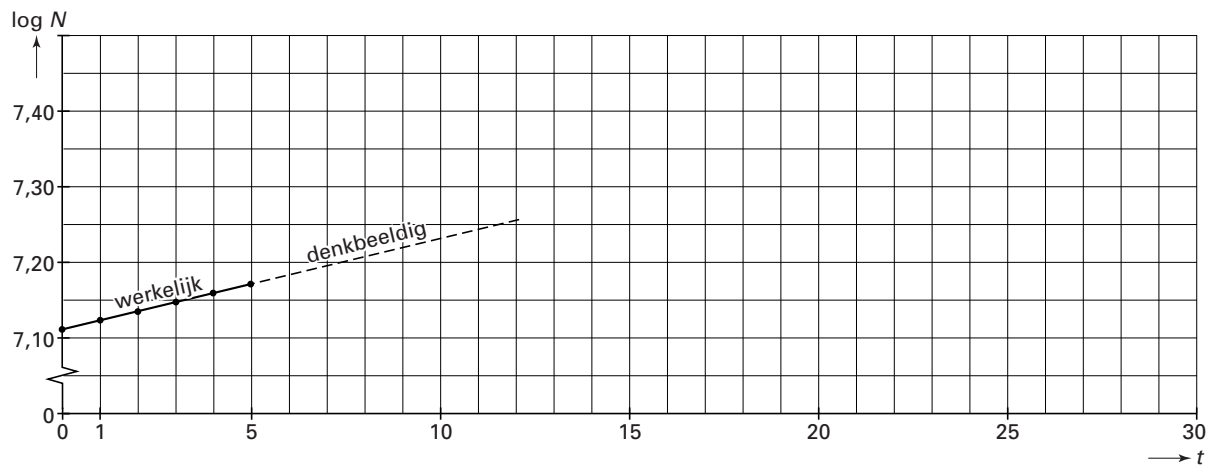
Op de horizontale as is de tijd t uitgezet, waarbij t de tijd in jaren is, gerekend vanaf 1 januari 1985.

De zes stippen in de grafiek staan voor het getelde aantal inwoners per 1 januari van de betreffende jaren. De stippen liggen bij benadering op een rechte lijn.

Uit de grafiek kun je bijvoorbeeld aflezen dat voor $t = 0$ geldt dat $\log N = 7,11$, waaruit volgt dat $N = 10^{7,11} \approx 12,9$ miljoen.

De grafiek staat ook op de bijlage. Die mag je gebruiken bij het beantwoorden van de vragen 13 en 14.

figuur 3



Voor de periode van 1-1-1985 ($t = 0$) tot en met 1-1-1990 ($t = 5$) geeft de grafiek het werkelijke aantal inwoners weer.

In de vragen 13 en 14 veronderstellen we dat de groei van dit aantal vanaf 1-1-1990 zich voortzet als in de vijf voorafgaande jaren.

4p **13** Toon met behulp van deze grafiek aan dat de bevolking in de periode van 1-1-1985 tot en met 1-1-1995 met ongeveer 32% zou zijn toegenomen.

4p **14** In welk jaar zou het aantal inwoners zijn verdubbeld ten opzichte van 1-1-1985? Licht je antwoord toe.

De bevolking van twee andere landen (land A en land B) groeit vanaf 1-1-1985 ($t = 0$) volgens de formules

$$N = 9\,300\,000 \cdot 1,024^t \text{ (land A) en}$$

$$N = 6\,200\,000 \cdot 1,036^t \text{ (land B).}$$

4p **15** Onderzoek vanaf welk jaar land B meer inwoners zal hebben dan land A.

Let op: de laatste vragen van dit examen staan op de volgende pagina.

Powerbead-armbanden

Op de onderstaande foto's zie je verschillende zogenaamde powerbead-armbanden. Van deze armbanden wordt beweerd dat ze, afhankelijk van de steensoort, een bepaalde uitwerking hebben.

foto's



Een reformwinkel verkoopt acht soorten van deze armbanden. Hieronder zie je een bestelformulier waarop de steensoort en de bijbehorende werking vermeld zijn.

Werking Powerbead-armbanden:

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"><input type="radio"/> Amethyst: Intelligentie
Prikkel een rationele geest en scherpt het verstand.<input type="radio"/> Aragoniet: Concentratie
Helpt bij concentratie en vermindert onrust en nervositeit.<input type="radio"/> Aventurijn: Succes
Vereffent de weg naar succes.<input type="radio"/> Bergkristal: Kracht
Geeft de kracht om alle uitdagingen van het leven aan te kunnen. | <ul style="list-style-type: none"><input type="radio"/> Labradoriet: Gevoel
Bevordert het gevoel en het herinneringsvermogen. Geeft een realistische blik.<input type="radio"/> Onyx: Wilskracht
Helpt om genomen beslissingen daadwerkelijk uit te voeren.<input type="radio"/> Farelmoer: Geld
Zorgt voor een gelukkige hand als het geld betreft.<input type="radio"/> Roze kwarts: Liefde
Helpt om relaties te verdiepen of nieuwe vriendschappen te beginnen. |
|--|---|

- 3p **16** Bereken het totaal aantal bestellingen dat je kunt doen van drie verschillende armbanden.

Marjolein heeft vier armbanden, namelijk van aventurijn, labradoriet, onyx en roze kwarts.

Ze staan voor *Succes*, *Gevoel*, *Wilskracht* en *Liefde*.

Marjolein draagt altijd één of meer van deze vier armbanden.

- 4p **17** Bereken hoeveel verschillende mogelijkheden ze heeft om dat te doen.

Marjolein doet aselect de vier armbanden om haar linkerarm.

- 5p **18** Bereken hoe groot de kans is dat *Liefde* en *Succes* naast elkaar om haar arm zitten.

De ervaring leert dat 20% van de verkochte armbanden roze kwarts armbanden (*Liefde*) zijn.

- 3p **19** Bereken de kans dat van 500 verkochte armbanden er 90 of minder van het soort 'roze kwarts' zijn. Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

Einde